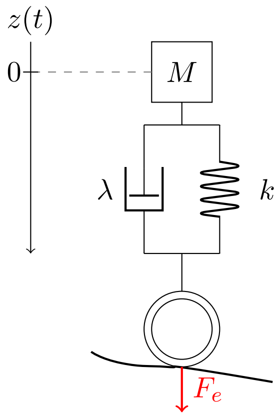
Travaux dirigés d'automatique linéaire - systèmes linéaires à temps continu

Exercice 1

On cherche à mettre sous la forme d'un système à étudier un amortisseur de voiture. Une illustration et un schéma mécanique du système sont donnés ci dessous :



Ce système est composé d'un ressort d'une raideur k, soumis à une force F_R, et d'un d'un amortisseur de frottement visqueux λ, soumis à une force de F_A. La voiture est modélisée par une masse M. les aspérités de la route peuvent être modélisées par des forces appliquées au contact entre la route et la roue du véhicule. On cherche ici à modéliser le changement de position $z\,(t)$ de la voiture par rapport à sa position d'équilibre (lorsque la route est totalement plate). A titre de rappel, on donne :

$$\begin{cases} F_R & = & \lambda \cdot v_z \\ F_A & = & k \cdot z \end{cases}$$

où v_z est la vitesse selon l'axe z. Afin de simplifier l'étude (et de ne pas prendre la masse du véhicule pour une perturbation...) on posera :

$$F_T = F_e + Mg$$

1. Dans le domaine temporel :
   (a) Faire le bilan des forces qui s'appliquent sur le le système.
   (b) En utilisant le principe fondamental de la dynamique, trouver l'équation différentielle du système.
   (c) Quel est l'ordre du système étudié ?
2. On passe le système dans le domaine de Laplace :
   (a) On modélise le système par un bloc permettant d'étudier le déplacement de la voiture par rapport à la route ; représenter ce système par un schéma bloc simple.

(b) On note $H(p)$ la fonction de transfert, donner la définition de H.

(c) déduire de l'équation différentielle trouvée précédemment la fonction de transfert du système

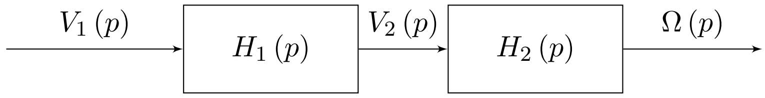
(d) On propose de mettre la fonction de transfert sous une forme normalisée :

$$H(p) = \frac{K}{1 + \frac{2m}{\omega_0}p + \frac{p^2}{\omega_0^2}}$$

en déduire les expressions de K, m et ω_0

Exercice 2

On s'intéresse ici à un schéma simple représentant la mise en série d'un convertisseur de tension DC/DC avec un une machine tournante en moteur (on partira du principe que l'on utilise directement la rotation du rotor) :



1. Le bloc H_1 modélise le convertisseur.
   (a) A quelle grandeur physique correspond l'entrée $V_1(p)$? Quelle est son unité ?
   (b) A quelle grandeur physique correspond la sortie $V_2(p)$? Quelle est son unité ?
   (c) Donner la définition de la fonction de transfert de ce bloc, quelle est son unité ?
2. Le bloc H_2 modélise le moteur.
   (a) A quelle grandeur physique correspond la sortie $\Omega(p)$? Quelle est son unité ?
   (b) Donner la définition de la fonction de transfert de ce bloc, quelle est son unité ?
3. On souhaite modéliser ces deux blocs par un bloc unique H.
   (a) exprimer la fonction de transfert $H(p)$ en utilisant les fonctions de transfert $H_1(p)$ et $H_2(p)$.
   (b) en déduire une règle sur la mise en cascade de deux blocs.
   (c) Quelle est l'unité de la fonction de transfert $H(p)$?
4. On donne :

$$H_1(p) = \frac{e^{-Tp}}{(1 + \tau p)}$$

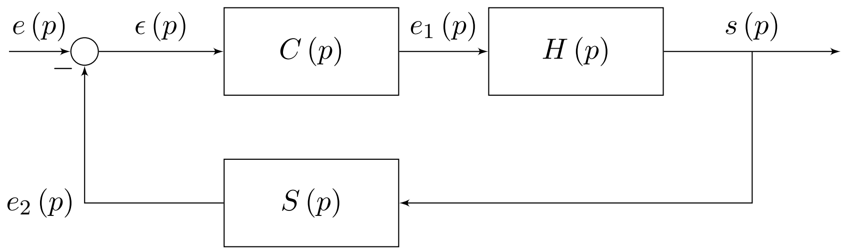
   et

$$H_2(p) = \frac{K(1 + \tau p)}{a_0 + a_1 p + a_2 p^2}$$

   (a) Quel est le sens physique du terme en exponentiel sur H_1 ?
   (b) calculer $H(p)$ sous sa forme canonique

Exercice 3

On parle souvent, et on étudiera plus tard, des systèmes bouclés. Le schéma suivant en est un exemple, dit à retour unitaire (il n'y a rien sur la flèche qui part de la sortie et boucle vers l'entrée) :



On cherche à déterminer la fonction de transfert de la boucle complète. Pour cela nous procéderons par étapes.

1. Exprimer $s(p)$ en fonction de $e_1(p)$.
2. Exprimer $s(p)$ en fonction de $\epsilon(p)$.
3. On posera et on utilisera désormais $\frac{s(p)}{\epsilon(p)} = FTBO(p)$, exprimer $FTBO(p)$ en fonction d'autres fonctions de transfert du schéma.
4. Exprimer $\epsilon(p)$ en utilisant les propriétés de l'additionneur.
5. En déduire la fonction de transfert $FTBF(p) = \frac{s(p)}{e(p)}$

Remarques : Les notation ont ici un sens, qu'il est souhaitable de retenir :

- $s(p)$ et $e(p)$ sont respectivement
- $\epsilon(p)$ est l'
- $FTBO$ est la notation pour Fonction de Transfert en
- de même, $FTBF$ est la notation pour Fonction de Transfert en
- le système noté C est un
- le système noté S est un