

TP 4 : Systèmes du second ordre

Ce TP a pour objectif :

- une familiarisation avec l'identification des systèmes du second ordre, la forme de la fonction de transfert d'un tel système est à assimiler,
- réaliser une boucle d'asservissement d'un système du second ordre et de tester les différents correcteurs possibles.

Au cours de ce TP, vous serez amené à faire des mesures et utiliser Matlab.

1 Identification d'un système du second ordre

1.1 Partie théorique

Un système du second ordre possède une fonction de transfert $H(p)$ sous la forme :

$$H(p) = \frac{K}{1 + \frac{2m}{\omega_0}p + \frac{p^2}{\omega_0^2}}$$

où p , pour rappel, est la variable de Laplace. On peut également passer cette fonction de transfert dans le domaine fréquentiel en utilisant la relation :

$$p = j\omega$$

où j est l'imaginaire pur ($j^2 = -1$). Comme toute fonction de transfert, on peut donc l'étudier dans le domaine fréquentiel (diagramme de Bode) ou réaliser une mesure dans le domaine temporel (réponse à un échelon par exemple).

1. Combien y a t'il de paramètres à identifier sur une fonction de transfert du second ordre ?
2. Quels sont les noms et les unités éventuelles de ces paramètres ?
3. Le second ordre étant plus complexe à appréhender que le premier ordre, nous allons utiliser matlab pour nous familiariser avec la réponse à un échelon et le diagramme de Bode de H . Vous utiliserez le code suivant :

```
1 clear all;  
2 close all;  
3  
4  
5 G = 1;
```

```

6  omega_0 = 1;
7  m = [0.1, 0.3, 0.5, sqrt(2)/2, 0.8, 1.0, 2.0, 3.0, 4.0];
8
9
10 figure()
11 hold on
12 for k = 1:length(m)
13     num = [G];
14     den = [1/omega_0^2, (2*m(k))/(omega_0), 1];
15     H = tf(num, den);
16     bode(H)
17 end
18 grid()
19 legend('0.1', '0.3', '0.5', 'sqrt(2)/2', '0.8', '1.0', '2.0', '3.0', '4.0')
20 hold off
21
22
23 figure()
24 hold on
25 for k = 1:length(m)
26     num = [G];
27     den = [1/omega_0^2, (2*m(k))/(omega_0), 1];
28     H = tf(num, den);
29     step(H)
30 end
31 grid()
32 legend('0.1', '0.3', '0.5', 'sqrt(2)/2', '0.8', '1.0', '2.0', '3.0', '4.0')
33 hold off

```

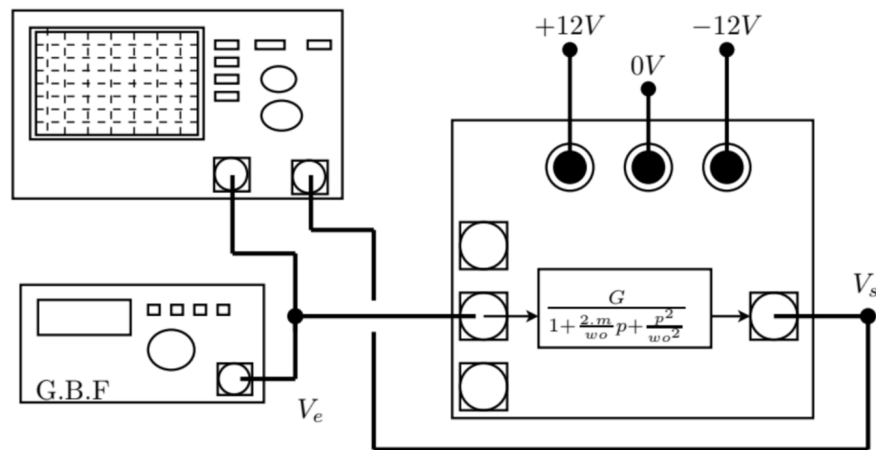
- Expliquer brièvement ce que réalise le script entre les lignes 5 et 7.
- Que réalise la boucle *for* entre les lignes 11 et 19 ?
- A partir du résultat de la figure tracée par ces lignes, expliquer ce qui peut se passer sur la réponse fréquentielle d'un système du deuxième ordre.
- Quel sont la ou les caractéristiques qui permettent de savoir qu'un système est du deuxième ordre sur le diagramme de Bode ?
- Que réalise la boucle *for* entre les lignes 25 et 30 ?
- A partir du résultat de la figure tracée par ces lignes, expliquer ce qui peut se passer sur la réponse à un échelon d'un système du deuxième ordre.
- Quel sont la ou les caractéristiques qui permettent de savoir qu'un système est du deuxième ordre sur le relevé de la réponse à un échelon ?

1.2 Identification expérimentale du système

Nous allons réaliser ici une identification du système avec les méthodes vues en cours

- une réponse statique (à un signal continu),
- une réponse à un échelon,
- une mesure dans le domaine fréquentiel.

4. On réalise dans un premier temps le montage suivant :



avant toute mise sous tension, faire vérifier le montage par l'enseignant !

1.2.1 Réponse statique

La réponse statique sert à identifier uniquement le paramètre G . Pour cela on met en entrée du système une valeur continue et on observe la valeur continue en sortie.

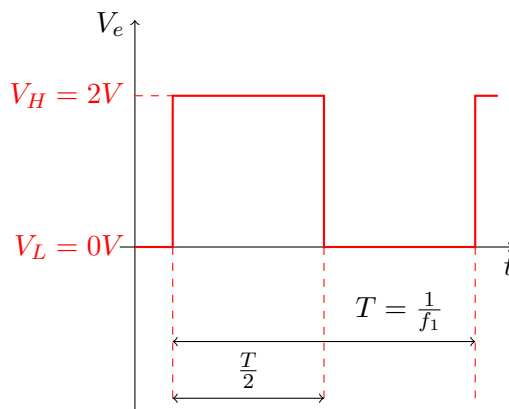
5. Compléter par la mesure le tableau si dessous :

V_e (V)	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
V_s (V)											

6. En déduire la valeur de K . Expliquez brièvement la méthode utilisée.

1.2.2 Réponse à un échelon

7. On applique maintenant en entrée un signal carré, périodique, et défini graphiquement dans la figure ci dessous :



On souhaite voir le signal de sortie converger vers une valeur stable, appelée la **valeur finale**. Par réglage du GBF, trouver la fréquence maximale f_1 qui correspond à ce cas. On fera les mesures suivantes à une fréquence légèrement inférieure à f_1 .

8. A partir des signaux d'entrée et sortie :
 - (a) Faire un relevé propre, sur papier millimétré de la réponse à un échelon du système étudié.
 - (b) Que vaut la tangente à l'origine ? Que peut-on en déduire.
 - (c) Que vaut la valeur finale $V_{S\infty}$ du signal de sortie ?
 - (d) Que vaut le dépassement ?
 - (e) Que vaut le temps de réponse à 5%
9. A partir des mesures réalisées et des abaques données en annexe, peut-on identifier le système étudié ? Quelle information serait éventuellement manquante ?

1.2.3 Mesure fréquentielle

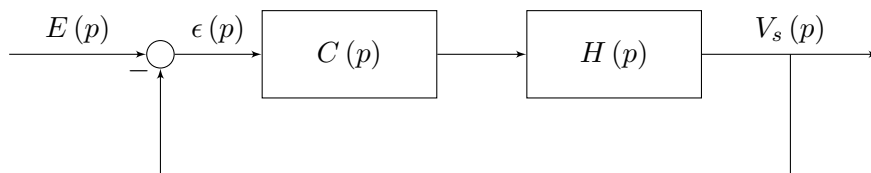
On impose maintenant en entrée du système une tension V_e sinusoïdale d'amplitude de 1V et d'offset nul.

10. En utilisant trois points par décade (1,2 et 5), faire une mesure sur une décade sous f_1 , deux décades au dessus de f_1 pendant laquelle pour chaque point vous relèverez :
 - le gain du montage en dB :

$$G_{dB} = 20 \log \left(\frac{|V_s|}{|V_e|} \right)$$
 - Φ le déphasage entre la sortie et l'entrée (attention au sens !), en degrés
11. Tracer le diagramme de Bode (Gain et Phase) à partir des points mesurés en utilisant une feuille de papier millimétré semi-logarithmique.
12. A partir du diagramme de Bode :
 - (a) Relever la fréquence f_0 à laquelle le déphasage vaut exactement -90° .
 - (b) Pour les fréquences supérieures à f_0 que vaut la pente de la courbe de gain.
 - (c) Que vaut le gain en basse fréquence ?
 - (d) Y-a t'il une résonance fréquentielle ?
13. A partir des mesures réalisées, identifier le système du deuxième ordre étudié et réaliser un script *Matlab* permettant de vérifier vos résultats de mesure et au besoin d'affiner l'identification de H .

2 Asservissement d'un système du second ordre

On cherche maintenant à réaliser un système asservi à partir du système mesuré. Le cahier des charges est assez simple : on souhaite avoir une sortie du système asservi qui se rapproche le plus possible du signal mis en entrée, donc si on soumet en entrée V_{in} le système asservi à un échelon, on souhaite récupérer cet échelon en sortie. Le système est bouclé à partir d'un soustracteur et d'un correcteur ayant pour fonction de transfert $C(p)$, comme illustré dans le schéma suivant :



Le schéma de câblage de la boucle fermée est donnée en annexe

14. Calculer la fonction de transfert en boucle ouverte du montage :

$$FTBO(p) = \frac{V_s(p)}{\epsilon(p)}$$

en fonction de H et C .

15. Calculer la fonction de transfert en boucle fermée du montage :

$$FTBF(p) = \frac{V_s(p)}{E(p)}$$

en fonction de H et C .

2.1 Correcteur Proportionnel

16. On pose $C_1(p) = G_1$, un gain. On appelle ce type de correcteur un **correcteur proportionnel**.

- Calculer la fonction de transfert en boucle fermée du montage et la mettre sous forme canonique.
- On souhaite une fréquence propre 4 fois plus élevée en boucle fermée qu'en boucle ouverte. Calculer la valeur de gain G_1 correspondante.
- En utilisant *Matlab*, vérifiez votre calcul en simulant le système en boucle fermé.
- Cabler le montage et relever les valeurs de :
 - l'erreur statique,
 - le dépassement,
 - le temps de réponse à 5%.

Comparer ces résultats à ceux obtenus par la simulation.

2.2 Correcteur Intégral

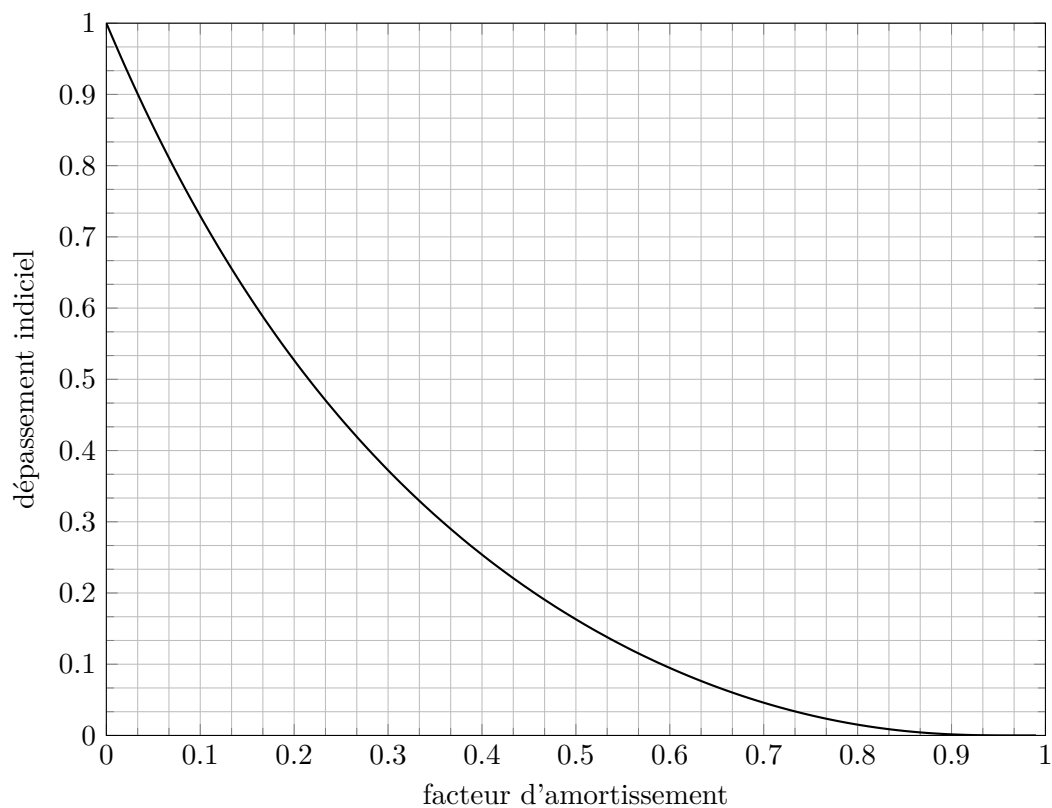
17. On pose $C_2(p) = \frac{G_2}{p}$, un gain. On appelle ce type de correcteur un **correcteur Intégral**.

- (a) Calculer la fonction de transfert en boucle fermée du montage
- (b) Que vaut l'erreur statique ?
- (c) On prend $G_2 = 10$. En utilisant *Matlab*, déterminez en boucle ouverte la valeur de la phase pour la fréquence à laquelle le gain vaut $0dB$.
- (d) Sous *Matlab*, simuler le système en boucle fermée. On relevera :
 - l'erreur statique,
 - le dépassement,
 - le temps de réponse à 5%.
- (e) Proposer et câbler un schéma réalisant la correction voulue. Relever les valeurs de :
 - l'erreur statique,
 - le dépassement,
 - le temps de réponse à 5%.

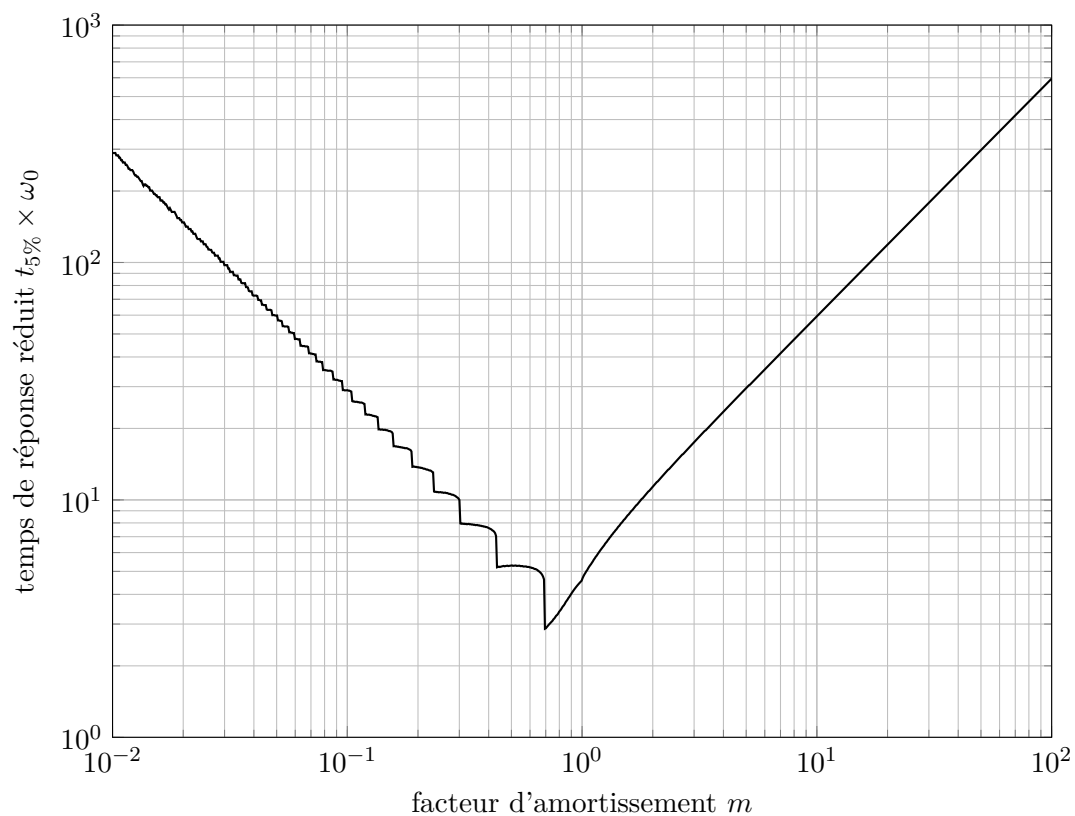
Comparer ces résultats à ceux obtenus par la simulation.

Annexe A : abaques et formules du deuxième ordre

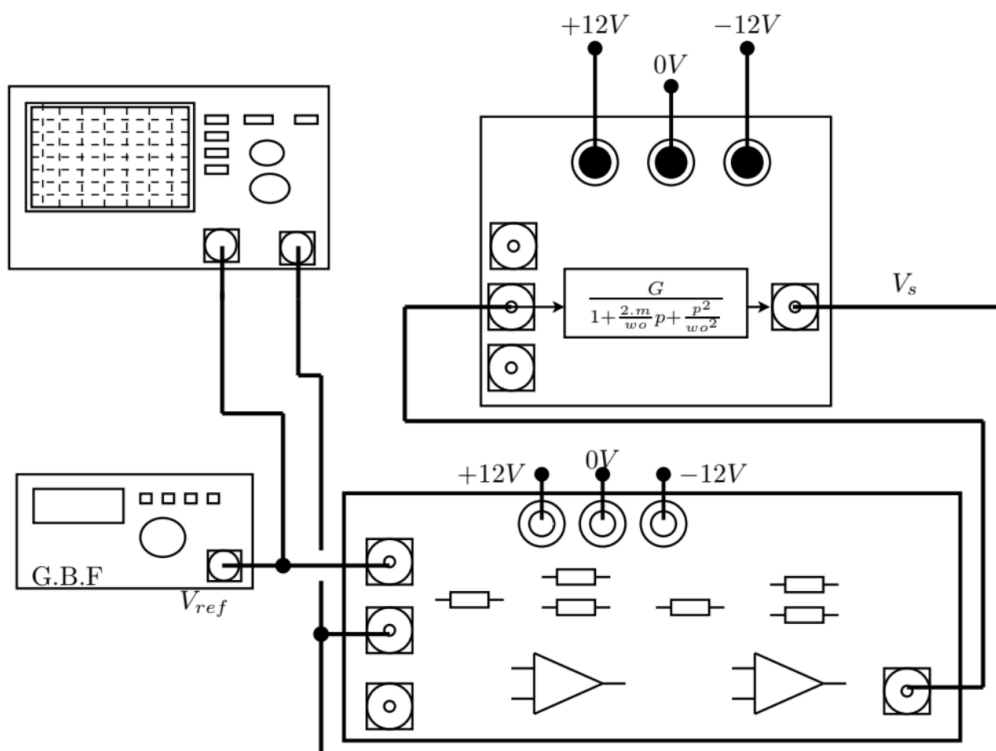
évolution du dépassement en fonction du coefficient d'amortissement :



évolution du temps de réponse réduit ($= t_{5\%} \cdot \omega_0$) en fonction du coefficient d'amortissement :



Annexe B : schéma de câblage en boucle fermée



Le connecteur BNC non utilisé sur la plaque de correction permet de regarder le signal d'erreur en sortie du soustracteur.