Asservissement et régulation Linéaire
Etude systématique des systèmes du premier et second ordre

LP SARII

F. Kölbl

2019 - 2020

UNIVERSITÉ de Cergy-Pontoise

iut Cergy-Pontoise

Table des matières

Identification des systèmes du premier et second ordre
Cours

Rappels du cours précédent

système linéaire

- représenté par un bloc, à une entrée une sortie,
- modélisé mathématiquement par une ,
- possibilité de calculer la fonction de transfert d'un schéma.

Fonctions de transfert

- donnée dans (variable p, ou s sous matlab),
- toujours sous la forme d'une , avec un au numérateur, et un au dénominateur.

Objectifs de ce cours

Objectif 1 : caractériser un système

$\rightarrow$ comment obtenir les valeurs numériques de la fonction de transfert ? quelles mesures/essais réaliser ?

Objectif 2 : connaitre les systèmes de base

- étude des systèmes du premier ordre,
- étude des systèmes du second ordre.

Attention : beaucoup de par coeur, certaines notions sont indispensables à connaitre.

Plan du cours n.2

Rappel 1/2 : espaces d'étude.

Espace de laplace

-
- pas de sens physique simple $\Rightarrow$

Espace temporel

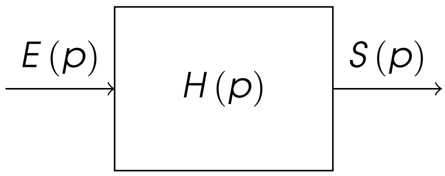
- inadapté au calcul : équations différentielles !
- adapté à la mesure :

Espace fréquentiel

- calcul possible mais en complexe ($p =$),
- adapté à la mesuer : .

Rappel 2/2 : formalisme adopté

On cherche à modéliser un bloc sous la forme :



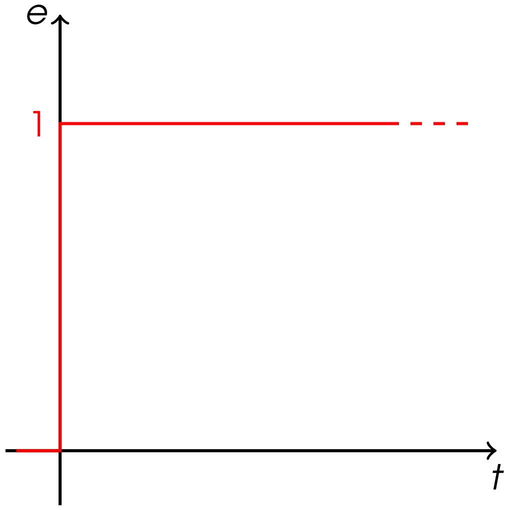
on note les signaux d'entrée sortie:

- $E(p)$ et $S(p)$ dans l'espace de Laplace,
- $e(t)$ et $s(t)$ dans l'espace temporel,
- $\underline{E}(\jmath\omega)$ et $\underline{S}(\jmath\omega)$ dans l'espace fréquentiel.

Réponse à un échelon (1/2)

Nous utiliserons une technique classique de mesure dans le domaine temporel :

Réponse du système à un échelon unitaire



L'étude de la sortie permet de retrouver du système.

Réponse à un échelon (2/2)

Attention !!!!

En pratique :

On utilise un générateur qui délivre un signal :
$\Rightarrow$ attention à ce que la fréquence ne soit pas trop élevé pour regarder l'ensemble de la réponse jusqu'à ce que

Si :

- si la valeur initiale n'est pas nulle : il faut
- si l'échelon n'est pas unitaire : il faut
  , le système est linéaire.

Diagramme de Bode : théorie

On place en entrée une fréquence unique : signal sinusoïdal, d'amplitude fixe dont on fait varier la fréquence.

$\Rightarrow$ Pour un système linéaire, la sortie est également sinusoïdale, de même fréquence que l'entrée.

Comme , on peut exprimer la fonction de transfert sous forme complexe :

$$\underline{H}(\jmath\omega)$$

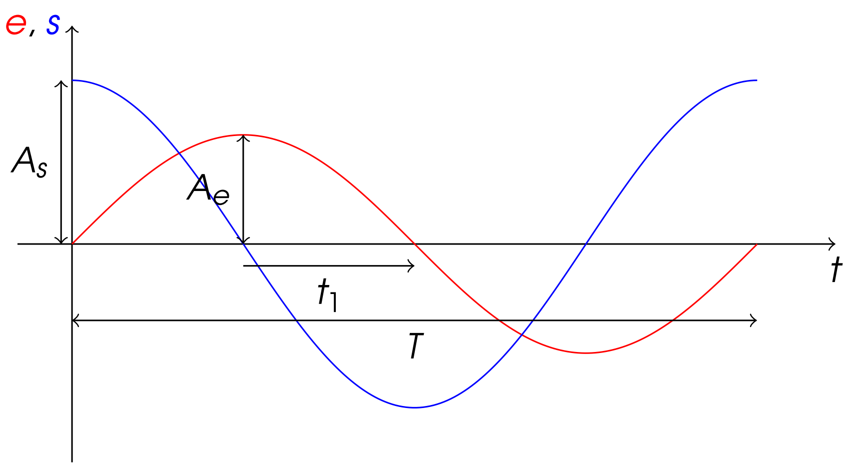
qui est un nombre complexe

Tracer le diagramme revient à tracer ce nombre complexe sous la forme de son module en échelle logarithmique (ou **Gain en décibels**) et sa phase (en degrés ou radian) :

$$\begin{cases} G_{dB} & = \\ \Phi & = \end{cases}$$

Diagramme de Bode : en pratique

On visualise les sinusoïde d'entrée sortie pour une fréquence :



à cette fréquence, le gain est donné par $G_{dB} =$

la phase en radian par $\Phi =$

On répète l'opération pour une plage de fréquence pour tracer G_dB et Φ en fonction de f ou ω

Plan

1. Caractérisation d'un système
   - Domaine temporel
   - Domaine fréquentiel
2. Systèmes du premier ordre
3. Systèmes du second ordre

Systèmes du premier ordre : Fonction de transfert

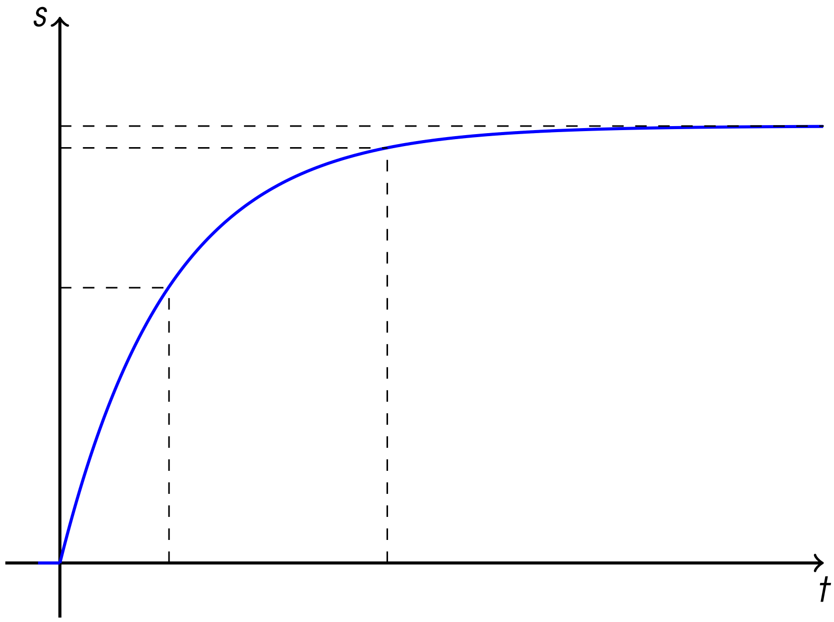
Fonction de transfert sous la forme :

$$H(p) =$$

- G le ,
- τ

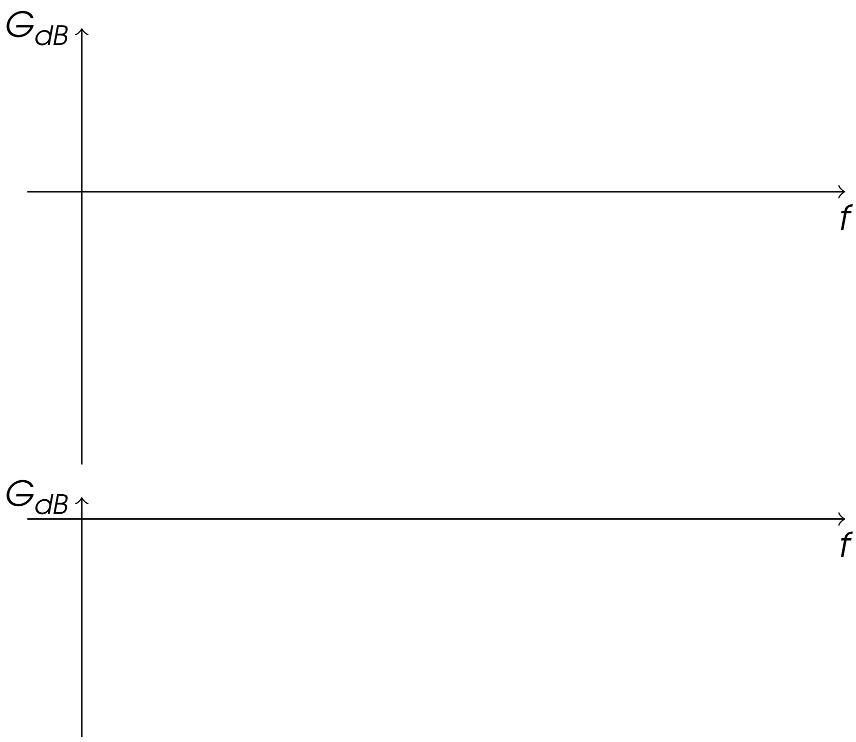
Il y a donc deux valeurs à identifier.

Systèmes du premier ordre : réponse à un échelon unitaire



caractéristique du premier ordre :

Systèmes du premier ordre : diagramme de Bode



caractéristique du premier ordre :

Plan

Systèmes du second ordre : fonction de transfert

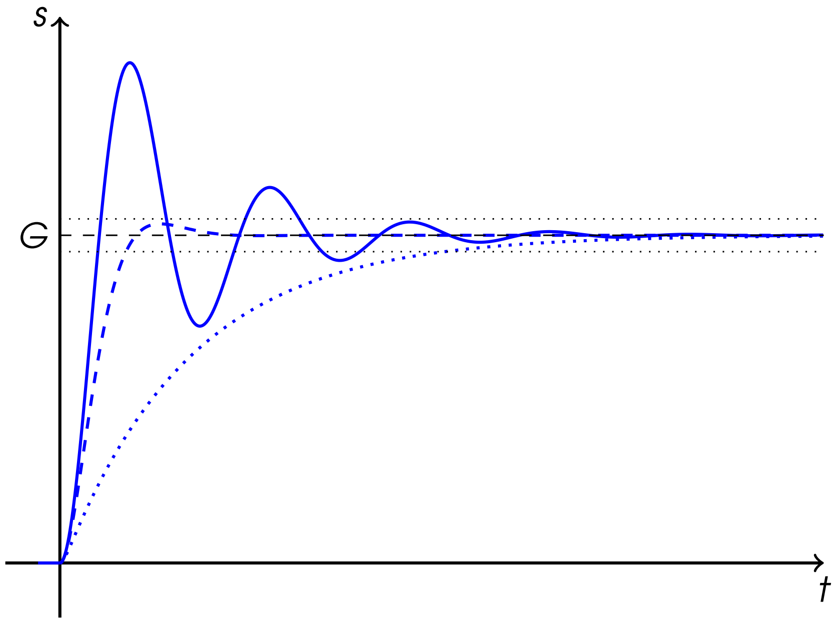
Fonction de transfert sous la forme :

$$H(p) =$$

- G le
- m le
- ω_0

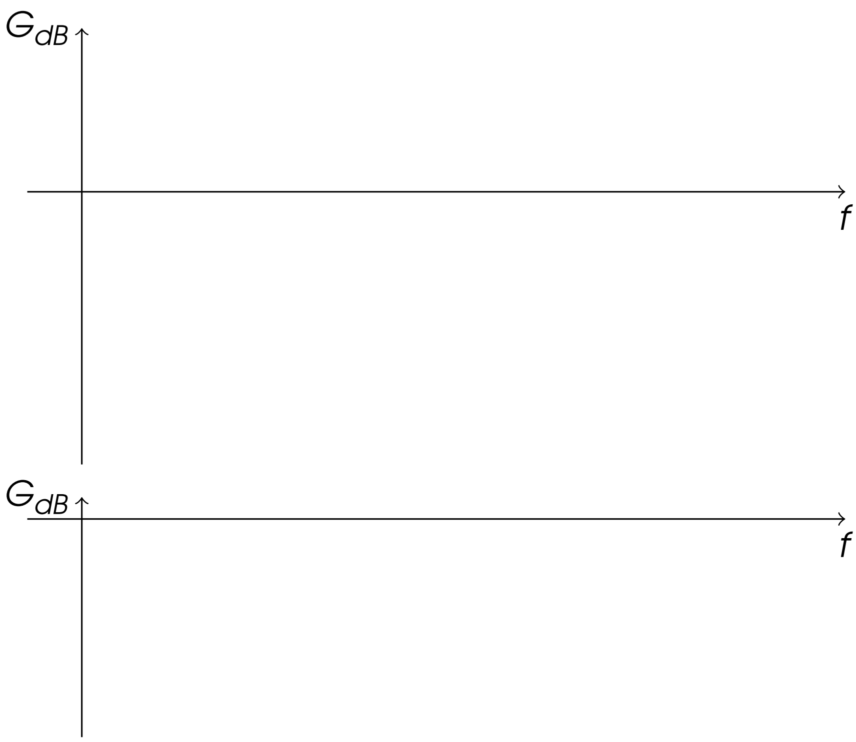
Il y a donc trois valeurs à identifier. L'identification est moins directe que pour le premier ordre !

Systèmes du second ordre : réponse à un échelon



caractéristique du second ordre :

Systèmes du second ordre : diagramme de Bode

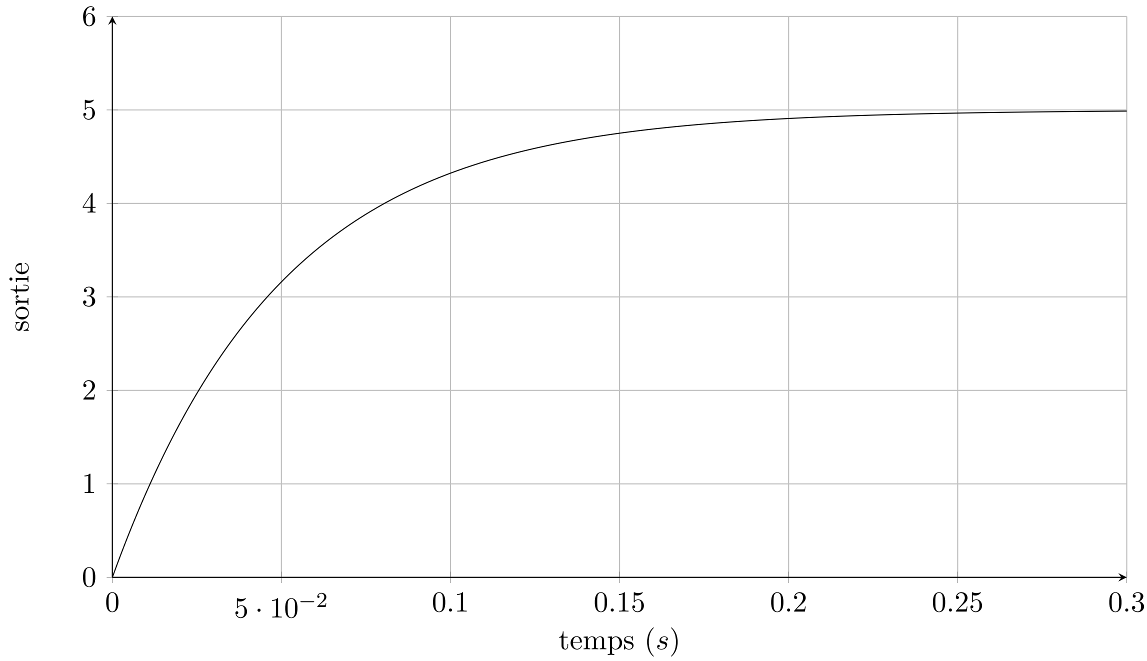


caractéristique du second ordre :

Travaux Dirigés

Exercice 1

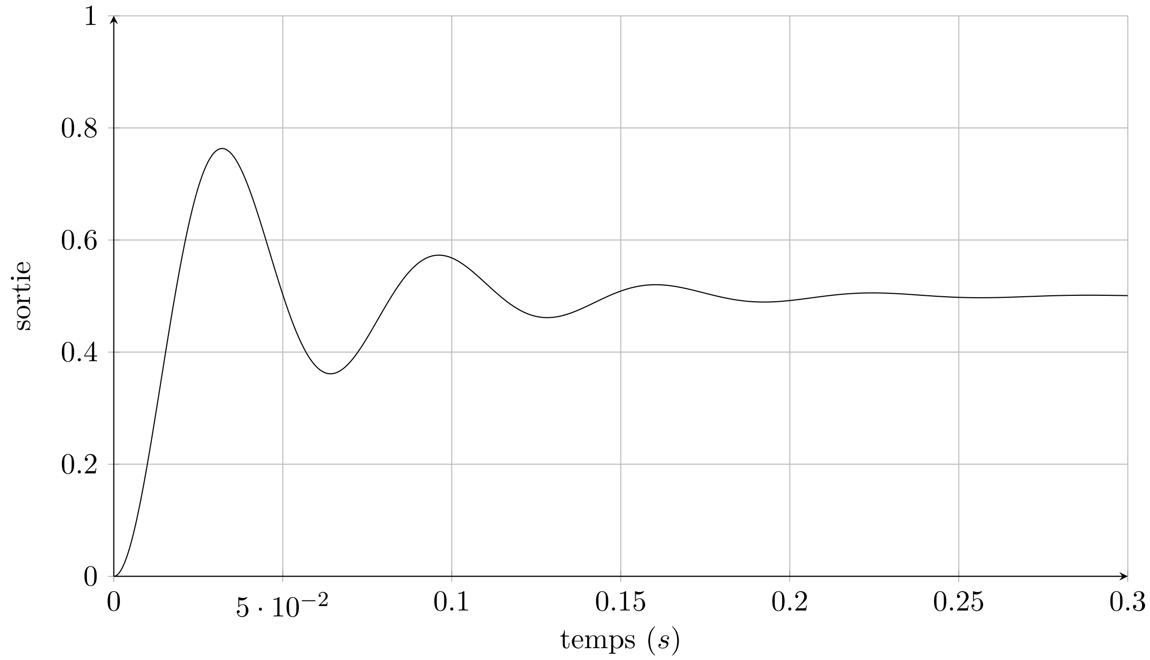
Un système de fonction de transfert $H(p)$ a la réponse à un échelon unitaire suivante



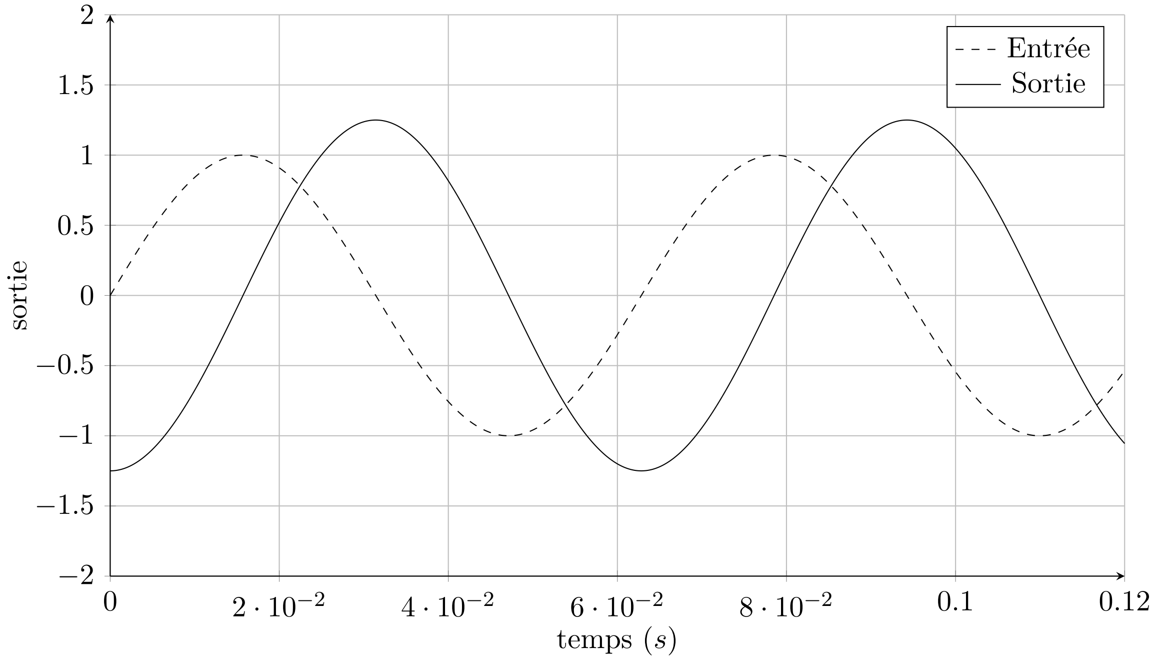
1. De quel ordre est le système ? Rappeler la forme théorique de la fonction de transfert $H(p)$ sous forme canonique.
2. Identifier les valeurs numériques des paramètres de la fonction de transfert $H(p)$.
3. Tracer le diagramme de bode de la fonction de transfert $H(p)$.
4. En se basant sur des éléments calculatoires, quel est le temps mis par le système pour arriver à 95% de sa valeur finale.

Exercice 2

Un système de fonction de transfert $H(p)$ a la réponse à un échelon unitaire suivante :



Par ailleurs, un essai à excitation sinusoïdale donne la réponse suivante :



1. De quel ordre est le système ? Rappeler la forme théorique de la fonction de transfert $H(p)$ sous forme canonique.

2. A partir du cours et des abaques, peut-on *a priori* limiter/borner la valeur de certain paramètres ?

3. A partir de la réponse à un échellon unitaire, quel paramètre peut-on déduire immédiatement ? En déterminer la valeur.

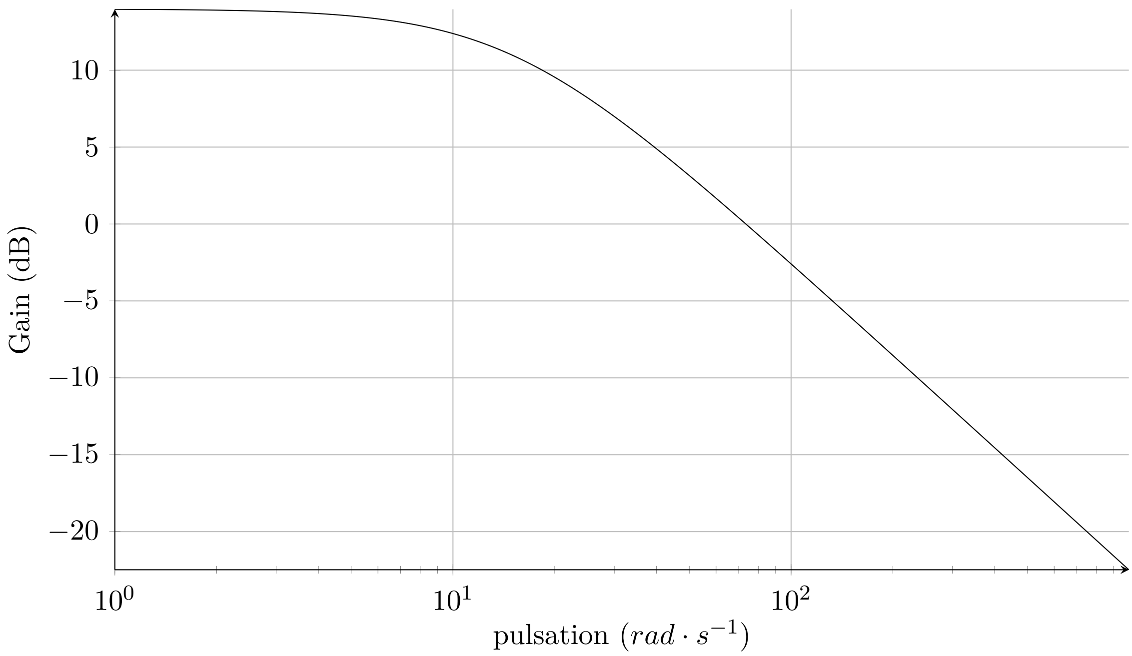
4. A partir de la réponse à une excitation sinusoïdale, quel paramètre peut-on déduire immédiatement ? En déterminer la valeur.

5. En utilisant les abaques en annexe, calculer la valeur du dernier paramètre.

6. Tracer le diagramme de bode de la fonction de transfert $H(p)$.

Exercice 3

Un système de fonction de transfert $H(p)$ a le diagramme de Bode suivant :



1. De quel ordre est le système ? Rappeler la forme théorique de la fonction de transfert $H(p)$ sous forme canonique.

2. Identifier les valeurs numériques des paramètres de la fonction de transfert $H(p)$.

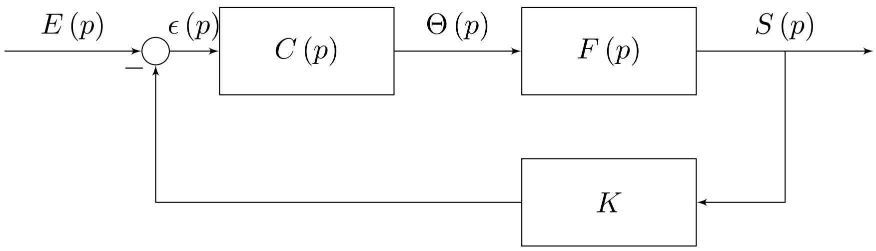
3. Tracer la phase du diagramme de bode de la fonction de transfert $H(p)$.

4. Tracer la réponse à un échelon **non unitaire** d'amplitude 2, et de valeur initiale à 1.

Exercice 4 : Asservissement en température d'un four industriel

La production de céramique nécessite une cuisson sur un temps contrôlé à une température constante et très précise. Des fours industriels, comme illustré ci dessous, sont conçu spécifiquement pour cette tâche.

Ces systèmes utilisent un système de chauffage asservi par à l'aide d'un capteur de température dans la boucle de retour.



avec :

- $E(p)$ la tension de consigne en $[V]$
- $S(p)$ l'écart de température avec la température ambiante $[^\circ C]$
- $\Theta(p)$ la tension de consigne en $[V]$
- $K = 0.25 \cdot 10^{-1}$ la constante de convertion du capteur en $[V \cdot ^\circ C^{-1}]$

1. Le système F est régi par une équation différentielle :

$$s(t) + \tau \frac{ds(t)}{dt} = G\theta(t)$$

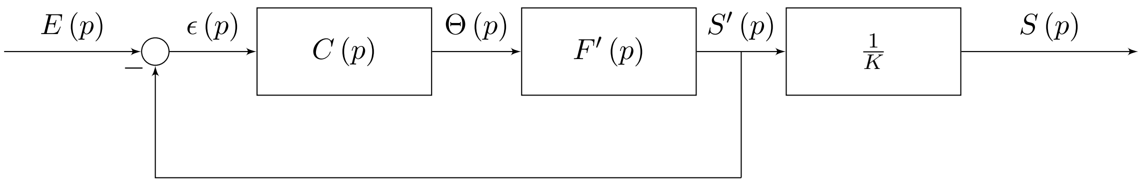
   (a) En passant cette équation dans le domaine de Laplace, trouver la fonction de transfert

$$F(p) = \frac{S(p)}{\Theta(p)}$$

   .

   (b) Quel est l'orde de cette fonction de transfert

2. Montrer que le schéma bloc est équivalent à la représentation suivante :



que vaut $F'(p)$ en fonction de $F(p)$ et K ?

3. On s'intéresse à l'asservissement ayant pour entrée $E(p)$ et sortie $S'(p)$. Calculer $H'(p)$ sa fonction de transfert.

4. On dispose d'un premier correcteur ayant pour loi de commande :

$$\theta(t) = D \cdot \epsilon(t)$$

où D est une constante.

   (a) Trouver la fonction de transfet $C(p)$ du correcteur
   (b) De quel ordre est-il ? Quel est le nom d'un tel correcteur ?
   (c) En déduire la fonction de transfert $H'(p)$?
   (d) De quel ordre est le système asservi ?

5. On utilise maintenant un deuxième correcteur ayant pour fonction de transfert :

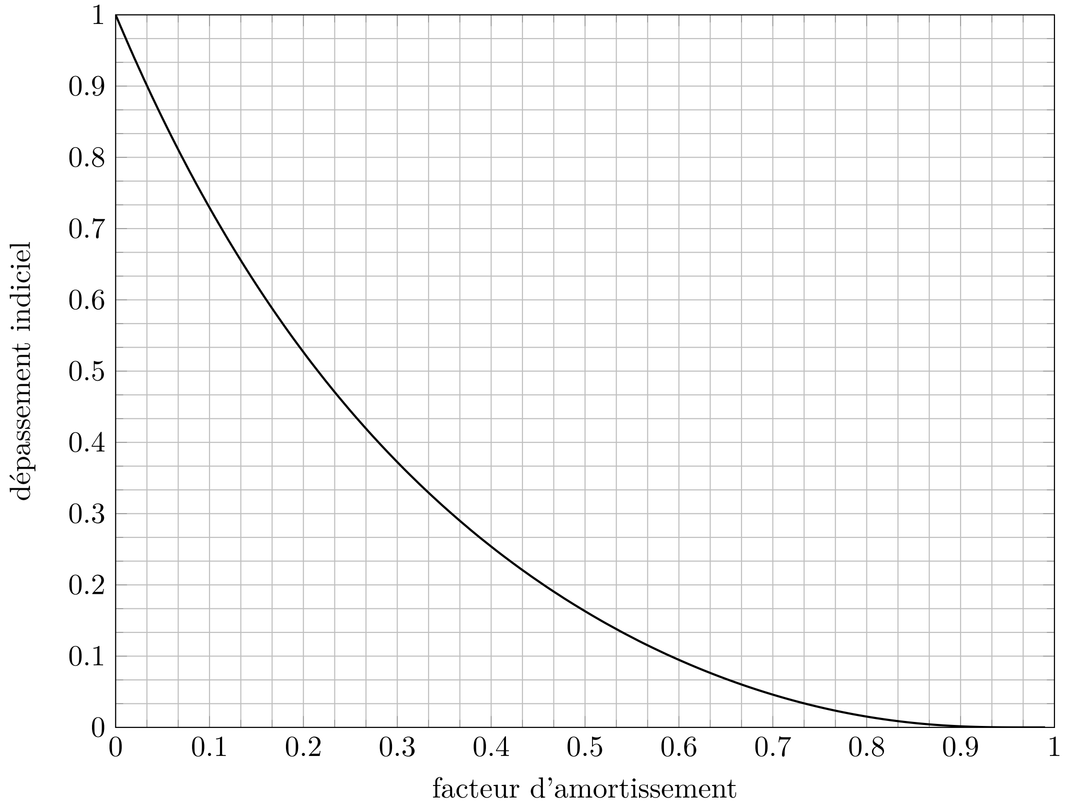
$$C(p) = D\left(1 + \frac{1}{\tau_i p}\right)$$

où D et τ_i sont deux constantes.

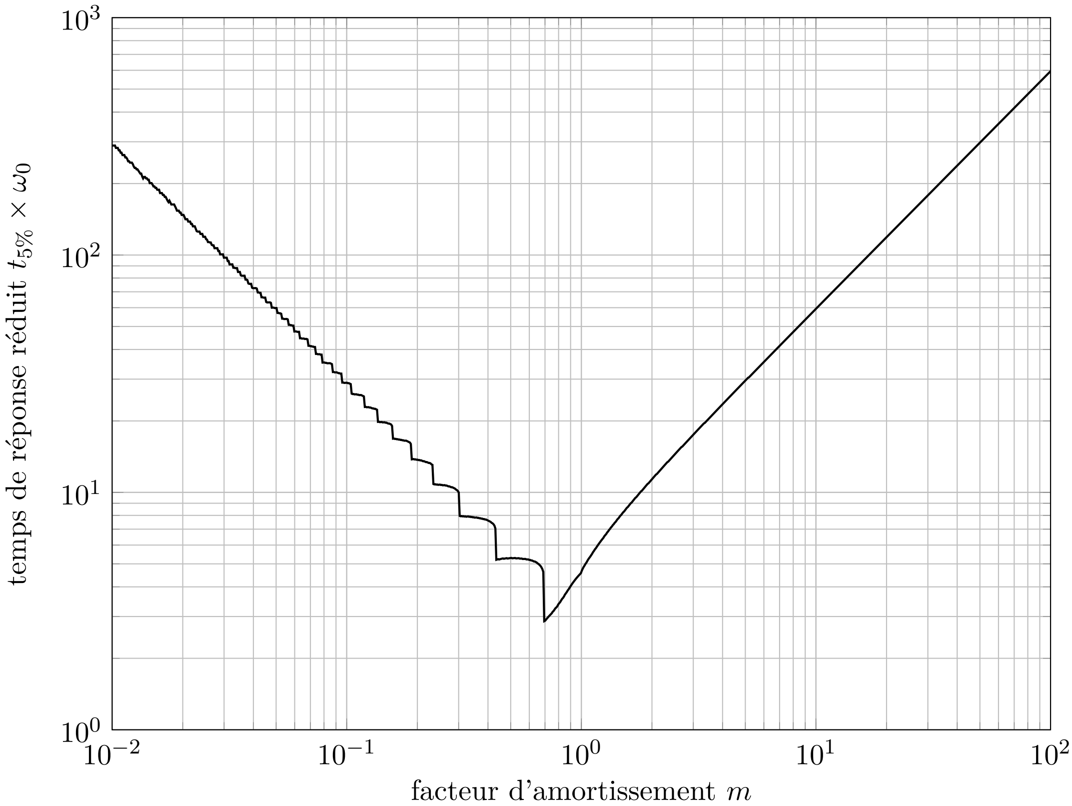
   (a) Trouver l'équation différentielle du correcteur.
   (b) De quel ordre est-il ? Quel est le nom d'un tel correcteur ?
   (c) En déduire la fonction de transfert $H'(p)$?
   (d) De quel ordre est le système asservi ?
   (e) Quel réglage du correcteur peut on proposer pour avoir en boucle fermée un système du même ordre que $F'(p)$

Abaques du second ordre :

évolution du dépassement en fonction du coefficient d'amortissement :



évolution du temps de réponse réduit ($= t_{5\%} \cdot \omega_0$) en fonction du coefficient d'amortissement :



Travaux Pratiques n. 2 : Identification expérimentale des systèmes du premier et second ordre

Ce TP a pour objectif :

- une familiarisation avec l'identification des systèmes du premier et second ordres,
- d'étudier et réaliser un premier exemple de boucle d'asservissement complète sur le second ordre

Au cours de ce TP, vous serez amenné à faire des mesures et utiliser Matlab.

1 Identification d'un système du premier ordre

1.1 Partie théorique

Un système du premier ordre possède une fonction de transfert $H(p)$ sous la forme :

$$H(p) = \frac{G}{1 + \tau p}$$

où p, pour rappel, est la variable de Laplace. On peut également passer cette fonction de transfert dans le domaine fréquentiel en utilisant la relation :

$$p = \jmath\omega$$

où $\jmath$ est l'imaginaire pur ($\jmath^2 = -1$).

1. Rappeler le lien entre ω et la fréquence f. Quelle est l'unité de la fréquence

On peut également trouver la fonction de transfert en fonction de la fréquence, dans ce cas là on l'écrit :

$$H(\jmath f) = \frac{G}{1 + \jmath \frac{f}{f_c}}$$

où f_c est appelée fréquence de coupure.

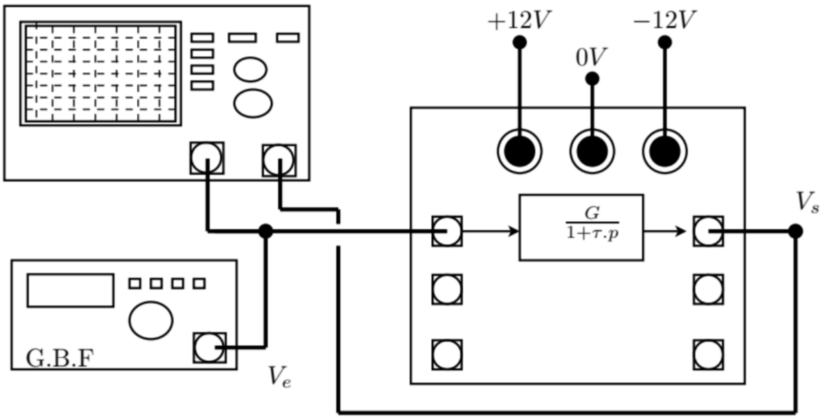
2. Des deux expressions de la fonction de transert, en fonction de p ou de f, rappeler le lien entre τ et f_c.
3. Quelle est l'unité de τ, quel nom lui donne-t'on ?
4. Quel est le nom de la constante G ?

1.2 Identification expérimentale du système

Nous allons réaliser ici une identification du système, c'est à dire trouver les valeurs des constantes G et τ de la fonction de transfert du système étudié en imposant la tension en entrée du système V_e et en regardant la tension de sortie V_s. Nous allons réaliser cette identification en utilisant trois mesures différentes :

- une réponse à un échellon,
- une mesure dans le domaine fréquentiel.

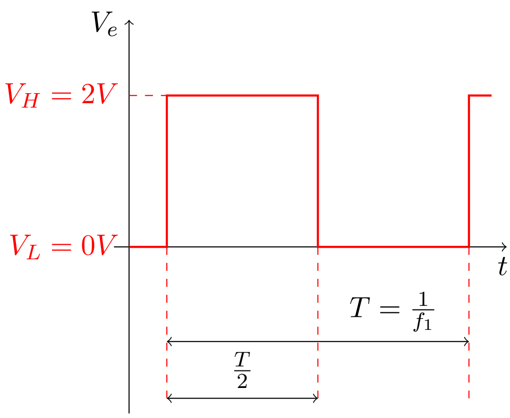
5. On réalise dans un premier temps le montage suivant :



avant toute mise sous tension, faire vérifier le montage par l'enseignant !

1.2.1 Réponse à un échellon

6. On applique en entrée un signal carré, périodique, et défini graphiquement dans la figure ci dessous :



On souhaite voir le signal de sortie converger vers une valeur stable ou la valeur finale. Par réglage du GBF, trouver la fréquence maximale f_1 qui correspond à ce cas, et qui permet de visualiser la réponse d'un système du premier ordre à un échelon, telle que vue dans le cours. On ferra les mesures suivantes à une fréquence légèrement inférieure à f_1.

7. A partir des signaux d'entrée et sortie :
   (a) Faire un relevé propre, sur papier millimétré de la réponse à un échellon du système étudié.
   (b) La tangeante à l'origine est elle nulle ?
   (c) Déterminer la valeur finale en sortie notée $V_{s\infty}$.
   (d) Mesurer le temps de réponse à 5%.
   (e) Mesurer l'instant noté T_i tel que $V_s\left(T_i\right) = 0.63 V_{s\infty}$.
8. A partir des mesures réalisées à la question précédente, déduire G_1 et τ_1 du système étudié. Vous expliquerez brièvement la méthode utilisée.

1.2.2 Mesure fréqentielle

On inpose maintenant en entrée du système une tension V_e sinusoïdale d'amplitude de 1V et d'offset nul.

9. En utilisant au minimum trois points par décade (1,2 et 5), faire une mesure sur trois décades de $0.5Hz$ à $500Hz$. Pour chaque fréquence vous relèverez :
   - le gain du montage en dB :
   $$G_{dB} = 20 \log \left(\frac{|V_s|}{|V_e|} \right)$$
   - Φ le déphasage entre la sortie et l'entrée (attention au sens !), en degrés
10. Tracer le diagramme de Bode (Gain et Phase) à partir des points mesurés en utilisant une feuille de papier millimétré semi-logarithmique.
11. A partir du diagramme de Bode :
    (a) Relever la fréquence f_c à laquelle le déphasage vaut exactement $-45°$.
    (b) Pour les fréquences supérieures à f_c que vaut la pente de la courbe de gain.
    (c) Que vaut le gain en basse fréquence ?
12. A partir des mesures réalisées à la question précédente, déduire G_2 et τ_2 du système étudié. Vous expliquerez brièvement la méthode utilisée.

1.2.3 Vérification par la simulation

13. Sous Matlab, réaliser un script qui simule la fonction de transfert du premier ordre, pour G_1 et τ_1, puis pour G_2 et τ_2. On s'intéresse à la réponse à un échellon et au diagramme de Bode.

14. Comparez les résultats obtenus pour les deux mesures. En particulier, semble-t'il que l'une soit plus précise/fiable que l'autre ?

2 Identification d'un système du second ordre

2.1 Partie théorique

Un système du second ordre possède une fonction de transfert $H(p)$ sous la forme :

$$H(p) = \frac{G}{1 + \frac{2m}{\omega_0}p + \frac{p^2}{\omega_0^2}}$$

où p, pour rappel, est la variable de Laplace. On peut également passer cette fonction de transfert dans le domaine fréquentiel en utilisant le même raisonnement que sur le premier ordre à la partie précédente.

15. Combien y a t'il de paramètres à identifier sur une fonction de transfert du second ordre ?

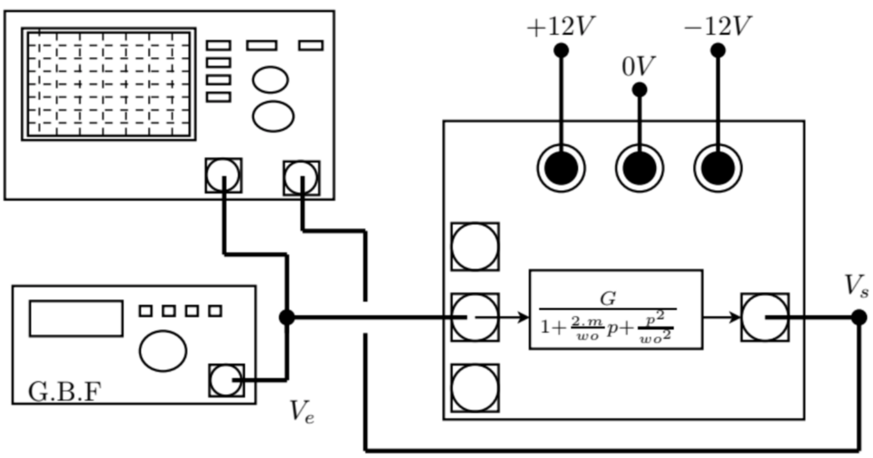
16. Quels sont les noms et les unités éventuelles de ces paramètres ?

2.2 Identification expérimentale du système

Nous allons réaliser ici une identification du système avec les méthodes vues en cours

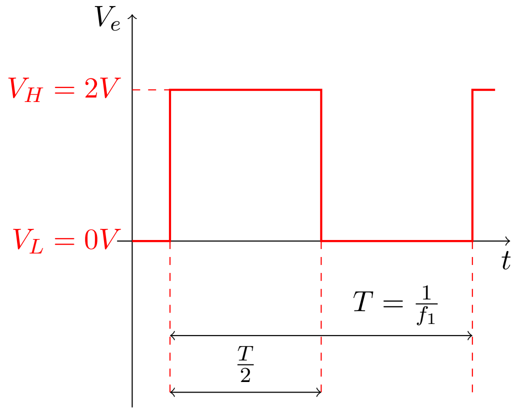
- une réponse à un échellon,
- une mesure dans le domaine fréquentiel.

17. On utilise maintenant le montage suivant :



2.2.1 Réponse à un échellon

18. On applique maintenant en entrée un signal carré, périodique, et défini graphiquement dans la figure ci dessous :



On souhaite voir le signal de sortie converger vers une valeur stable, appelée la valeur finale. Par réglage du GBF, trouver la fréquence maximale f_1 qui correspond à ce cas. On ferra les mesures suivantes à une fréquence légèrement inférieure à f_1.

19. A partir des signaux d'entrée et sortie :
    (a) Faire un relevé propre, sur papier millimétré de la réponse à un échellon du système étudié.
    (b) Que vaut la tangeante à l'origine ? Que peut-on en déduire.
    (c) Que vaut la valeur finale $V_{S\infty}$ du signal de sortie ?
    (d) Que vaut le dépassement ?
    (e) Que vaut le temps de réponse à 5%

20. A partir des mesures réalisées et des abaques données en annexe, peut-on identifier le système étudié ? Quelle information serait éventuellement manquante ?

2.2.2 Mesure fréqentielle

On impose maintenant en entrée du système une tension V_e sinusoïdale d'amplitude de 1V et d'offset nul.

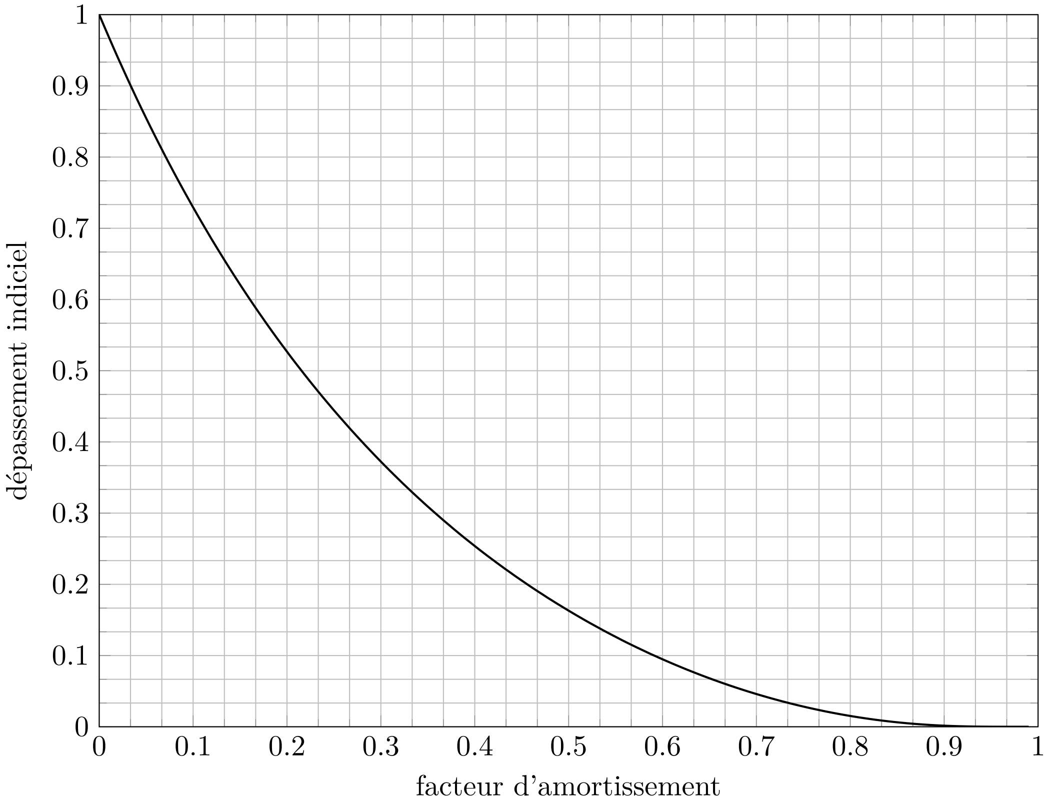
21. En utilisant au minimum trois points par décade (1,2 et 5), faire une mesure sur trois décades de $0.5Hz$ à $500Hz$. Pour chaque fréquence vous relèverez :
    - le gain du montage en dB :
    $$G_{dB} = 20\log\left(\frac{|V_s|}{|V_e|}\right)$$
    - Φ le déphasage entre la sortie et l'entrée (attention au sens !), en degrés

22. Tracer le diagramme de Bode (Gain et Phase) à partir des points mesurés en utilisant une feuille de papier millimétré semi-logarithmique.

23. A partir du diagramme de Bode :
    (a) Relever la fréquence f_0 à laquelle le déphasage vaut exactement $-90°$.
    (b) Pour les fréquences supérieures à f_0 que vaut la pente de la courbe de gain.
    (c) Que vaut le gain en basse fréquence ?
    (d) Y-a t'il une résonance fréquentielle ?
24. A partir des mesures réalisées, identifier le système du deuxième ordre étudié et réaliser un script *Matlab* permettant de vérifier vos résultats de mesure et au besoin d'affiner l'identification de H.

Annexe A : abaques et formules du deuxième ordre

évolution du dépassement en fonction du coefficient d'amortissement :



évolution du temps de réponse réduit ($= t_{5\%} \cdot \omega_0$) en fonction du coefficient d'amortissement :