

Asservissement et régulation Linéaire
Asservissement et correcteurs
LP SARI

F. Kölbl

2019 - 2020



Table des matières

1	Cours	1
2	Travaux Dirigés	14
3	Travaux Pratiques : Asservissement en vitesse d'un banc	19

asservissement et régulation linéaire

Cours

Rappels des prérequis vus

Représentation des systèmes linéaires

- modélisé par une fonction de transfert,
- assemblage de système représenté par un schéma bloc,

Connaissances des systèmes des premier et second ordre

- fonctions de transferts normalisées sous forme canonique,
- réponse fréquentielle : diagramme de Bode,
- réponse temporelle : réponse à un échelon.

Objectif 1 : définir la notion d'asservissement en boucle fermée

- quelle est la forme générale d'un asservissement bouclé ?
- comment évaluer/donner un cahier des charges pour un asservissement ?

Objectif 2 : connaître les principaux correcteurs simples

- Correcteur Proportionnel,
- Correcteur Intégral,
- Correcteur Proportionnel-Intégral,
- Réalisation analogique des correcteurs.

Non traité aujourd'hui : PID et stabilité → objectif de la prochaine alternance.

Asservissement

Définition simple

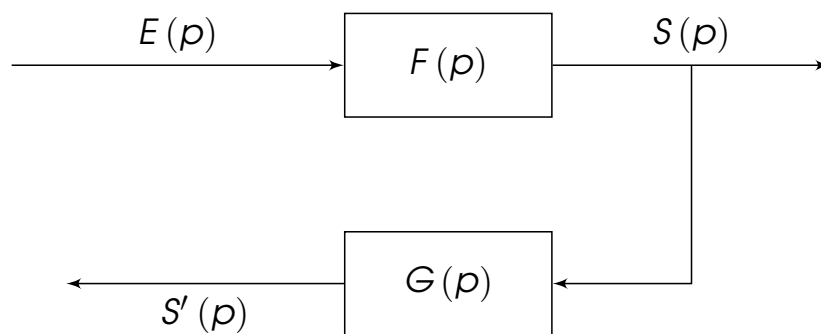
Système automatique dont le fonctionnement est régi par l'écart entre le comportement actuel et le comportement désiré. (*tirée du Larousse*)

Du point de vue technique :

- En entrée du système :
- En sortie du système : la grandeur doit , la commande de manière
 -
 -
- Si le système est perturbé, alors la perturbation ne doit idéalement

Système piloté : schéma bloc

On cherche dans un premier temps à contrôler un système $F(p)$



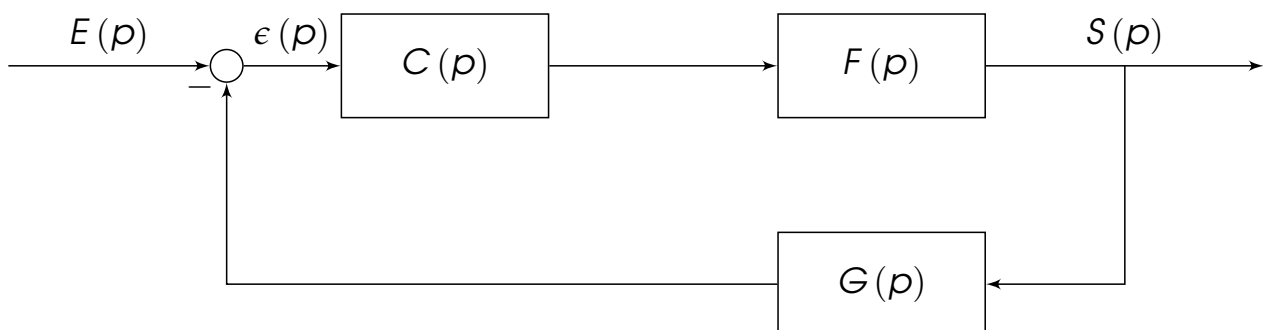
- $E(p)$ est la commande
- $S(p)$ est la sortie du système, $S'(p)$, est la mesure à travers un capteur $G(p)$

La précision/rapidité de la sortie $S(p)$ dépend complètement des performances du système $F(p)$. **Il est impossible de**

Pire, l'observation que l'on a ($S'(p)$)

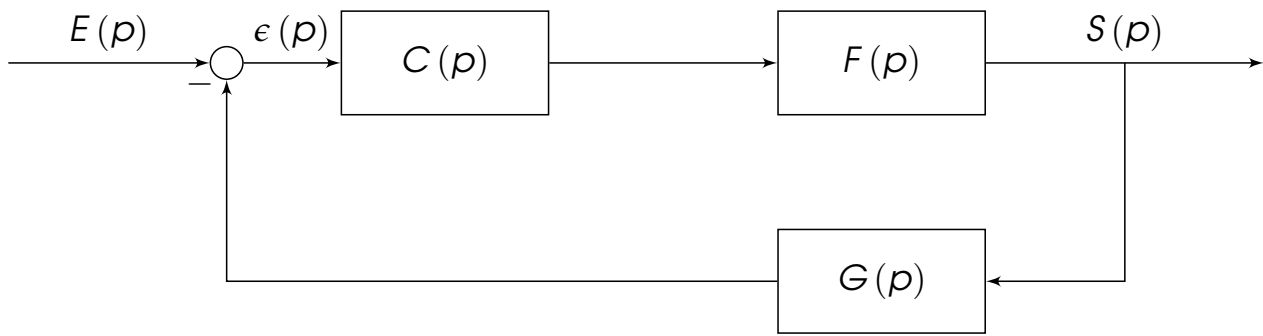
Boucle fermée : schéma bloc

La théorie de l'asservissement propose de **piloter** le système à partir de qu'il commet par rapport à la **consigne**, on a besoin d'utiliser une



- $\epsilon(p) = E(p) - G(p) S(p)$ est la différence entre la consigne (ce que l'on souhaite) et la visualisation de la sortie à travers le capteur ($G(p) S(p)$),
- le système est piloté par l'erreur à travers un contrôleur $C(p)$, un système $F(p)$. Réaliser un asservissement,
- Bien souvent, on fait 'disparaître' le capteur de la boucle (cf. exercice 4 du poly précédent), dans ce cas la boucle d'asservissement est dite

Boucle fermée : fonctions de transfert



On définit :

La fonction de transfert en boucle ouverte par :

$$FTBO(p) = \frac{C(p)F(p)}{1 + C(p)F(p)G(p)} =$$

La fonction de transfert en boucle fermée par :

$$FTBF(p) = \frac{C(p)F(p)}{1 + C(p)F(p)G(p)} =$$

Performances des systèmes asservis

Le cahier des charges d'un asservissement est donné **En considérant la réponse à** $(FTBF(p))$. On distingue deux métriques :

Précision :

C'est l'erreur comise sur la valeur finale du système asservi à l'échelon unitaire. Soit s_∞ la valeur finale du signal $s(t)$, l'erreur statique se calcule par :

$$\epsilon_{statique} =$$

cette erreur peut être observée, c'est la valeur finale du signal en entrée du

Attention :

Rapidité :

C'est le temps mis par le système pour arriver lors de
la réponse à un échelon. (*attention en cas de*
)

- 1 Asservissement en boucle fermée
 - Boucle fermée
 - Performances des systèmes asservis

- 2 Correcteurs et leur dimensionnement.
 - Correcteur Proportionnel
 - Correcteur Intégral
 - Correcteur Proportionnel intégral
 - Réalisation analogique des correcteurs : rappels d'électronique

Correcteur Proportionnel

Un correcteur proportionnel est un correcteur dont la sortie, il s'agit d'un . Sa fonction de transfert est de la forme :

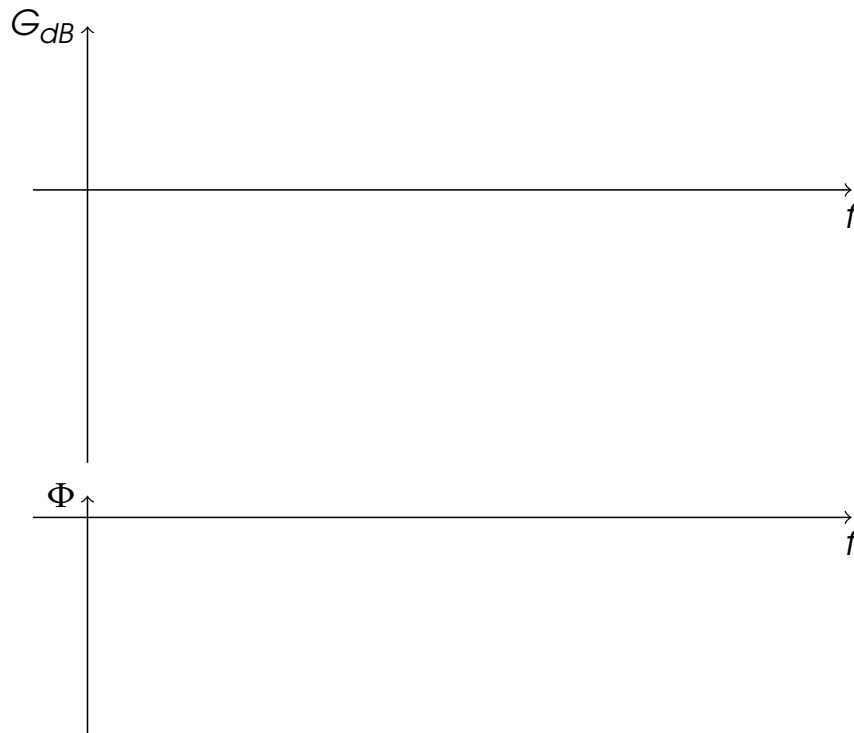
$$C(p) =$$

où K est une constante réelle positive.

à retenir :

- Il n'y a qu'un seul paramètre de réglage : K , **on ne peut pas régler simultanément la précision et la rapidité**,

- le système en boucle fermé ($FTBO(p)$) a que le système à piloter ($F(p)$).



Correcteur Intégral

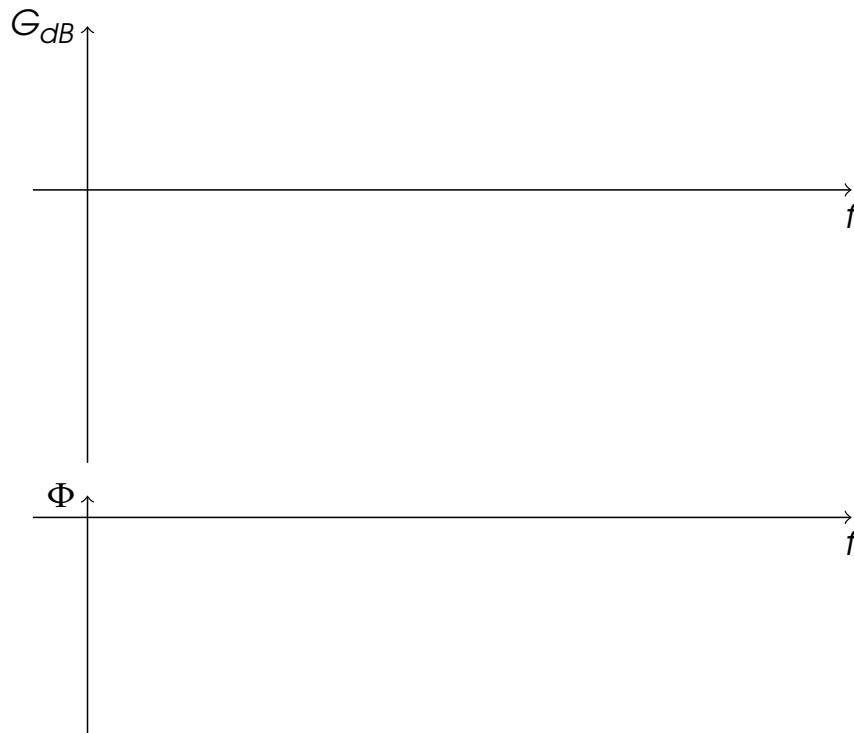
Un correcteur intégral est un correcteur dont la sortie est $\frac{1}{s}$ du signal d'entrée. Vu les propriétés de la transformée de Laplace (cf. cours n1), sa fonction de transfert est de la forme :

$$C(p) = \frac{K}{s}$$

où T_i est une constante réelle positive

à retenir :

- L'action d'un intégrateur permet de garantir $\frac{1}{s}$ (non démontré ici)
- L'action d'un intégrateur permet de rejeter $\frac{1}{s}$ (non démontré ici)
- **MAIS** : le système en boucle fermé
- **PIRE** : le système en boucle fermé peut être instable (cf cours n4)



Correcteur Proportionnel-Intégral

Le correcteur Proportionnel-Intégral (PI) combine les actions des correcteurs proportionnel et intégral. Sa fonction de transfert est de la forme :

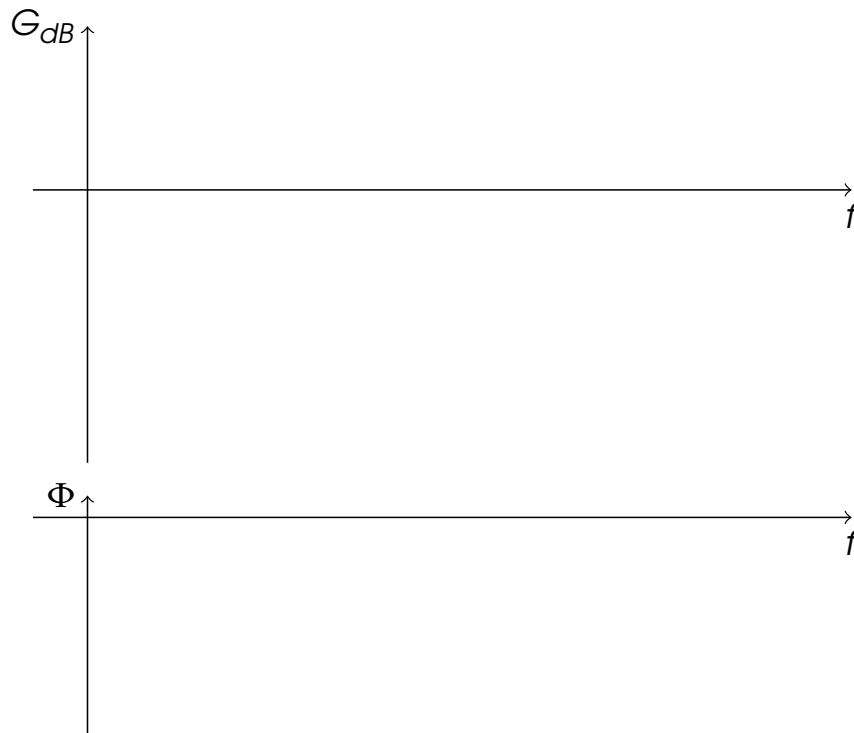
$$C(p) = \frac{K}{p + T_i^{-1}}$$

où K est une constante réelle positive réglant l'action proportionnelle, T_i est une constante de temps réglant l'action intégrale.

Plus T_i est faible, plus l'action intégrale

à retenir :

- L'action intégrale est active : elle permet de garantir une erreur statique **nulle** et le rejet des perturbations
- L'action proportionnelle est active : elle permet de garantir la rapidité (et souvent la stabilité) du système en boucle fermée.



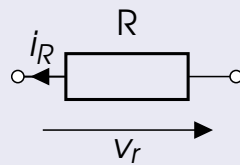
Correcteur Proportionnel-Intégral - Réglage

Le correcteur PI est très souvent utilisé. Il existe plusieurs méthodes de réglage pour trouver les valeurs de T_i et K à utiliser, une méthode simple est donnée ci dessous :

Méthode de

- On identifie la constante de temps (T_1) **la plus élevée.** Il s'agit de la fonction de transfert $F(p)$.
- On pose \dots . Cette égalité permet d'avoir en boucle ouverte (sur $FTBO(p)$) un système qui a \dots e que le système à asservir $F(p)$. Cette étape permet une simplification mathématique de la $FTBO(p)$ (cf TD et TP3).
- On détermine K pour satisfaire un critère de \dots (cf TP3) ou (cf TP4) tiré du cahier des charges initial.

Résistance



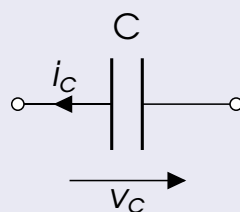
La loi d'Ohm dans l'espace de Laplace donne :

$$V_r =$$

avec l'impédance de la résistance :

$$Z_r(p) =$$

Capacité



La loi d'Ohm dans l'espace de Laplace donne :

$$V_C =$$

avec l'impédance de la résistance :

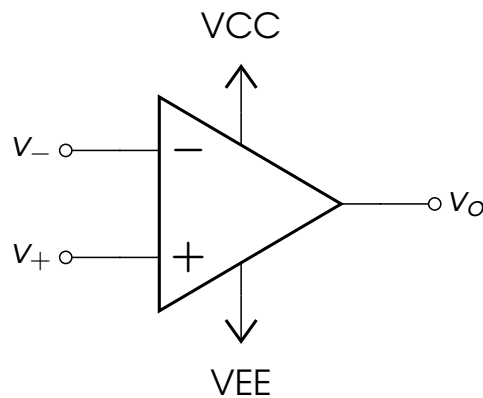
$$Z_C(p) =$$

(la capacité intègre le courant)

En série : les impédances

En parallèle :

Rappel : AOP, symbole et broches



- v_- entrée
- v_+ entrée
- v_o sortie,
- V_{CC} et V_{EE} les tensions d'alimentation (symétrique ou non)

leur représentation n'est pas obligatoire mais en pratique :

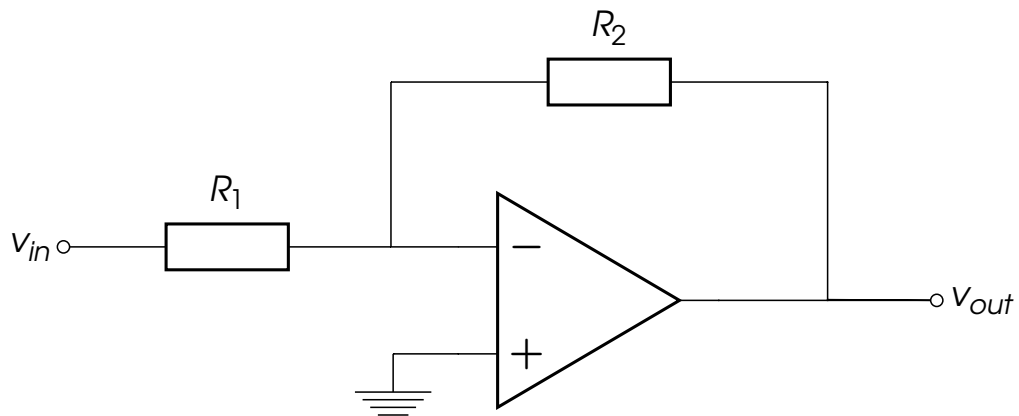
Rappel : calcul sur un schéma à AOP

dans la plupart des cas, on cherche à calculer la sortie en fonction de l'entrée (cela revient à chercher la fonction de transfert).

Méthode

- dans un premier temps : on vérifie **TOUJOURS** que le circuit comporte une **contre-réaction** (lien électrique entre la sortie et l'entrée inverseuse)
- **si et uniquement si** c'est le cas, on peut poser l'équation
- en utilisant v_+ et v_- on peut généralement calculer v_+ et v_- en fonction des autres tensions du circuit,
- la suite est normalement plus évidente...

Réalisation des correcteurs : Proportionnel

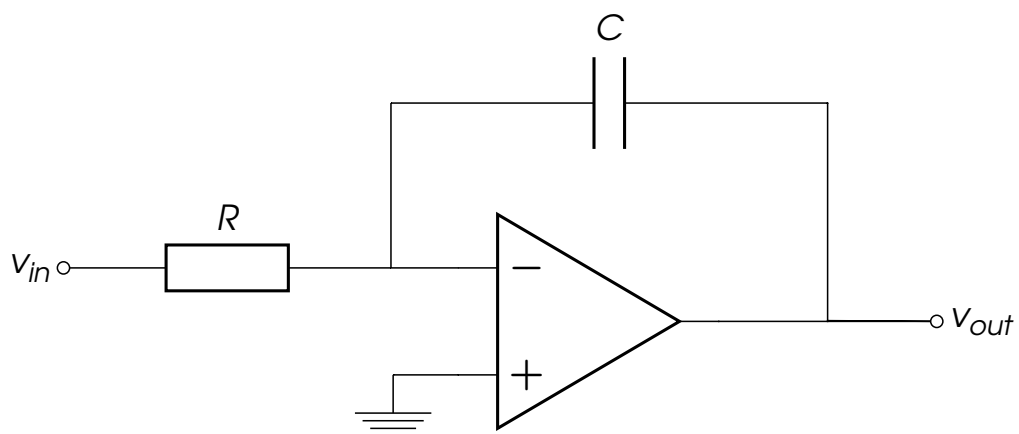


La fonction de transfert est :

$$C(p) =$$

Attention : le schéma est inverseur, dans la pratique on en met 2 , les gains se 2 , les $-$ disparaissent.

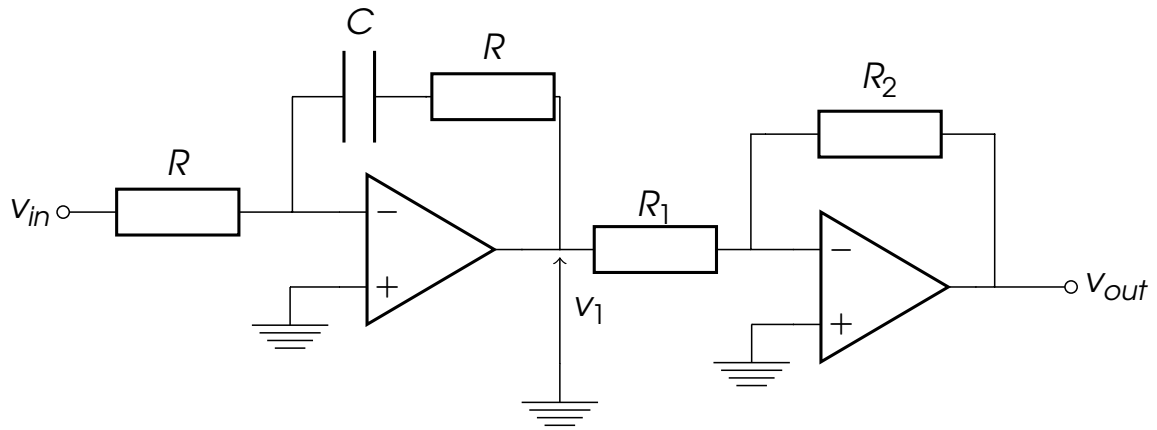
Réalisation des correcteurs : Intégral



La fonction de transfert est :

$$C(p) =$$

la constante d'intégration est $T_i = RC$ **Attention** : le schéma est inverseur, dans la pratique on met 2 , les gains se 2 , les $-$ disparaissent.



La fonction de transfert est :

$$C(p) =$$

Réglages indépendants de l'action intégrale
proportionnelle

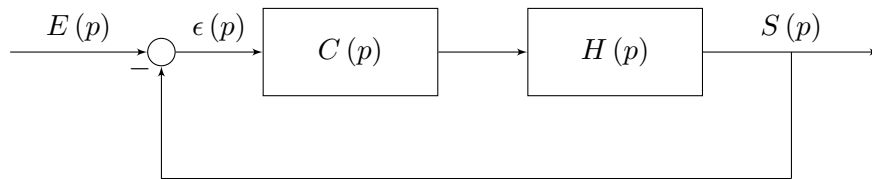
et de l'action

Travaux Dirigés

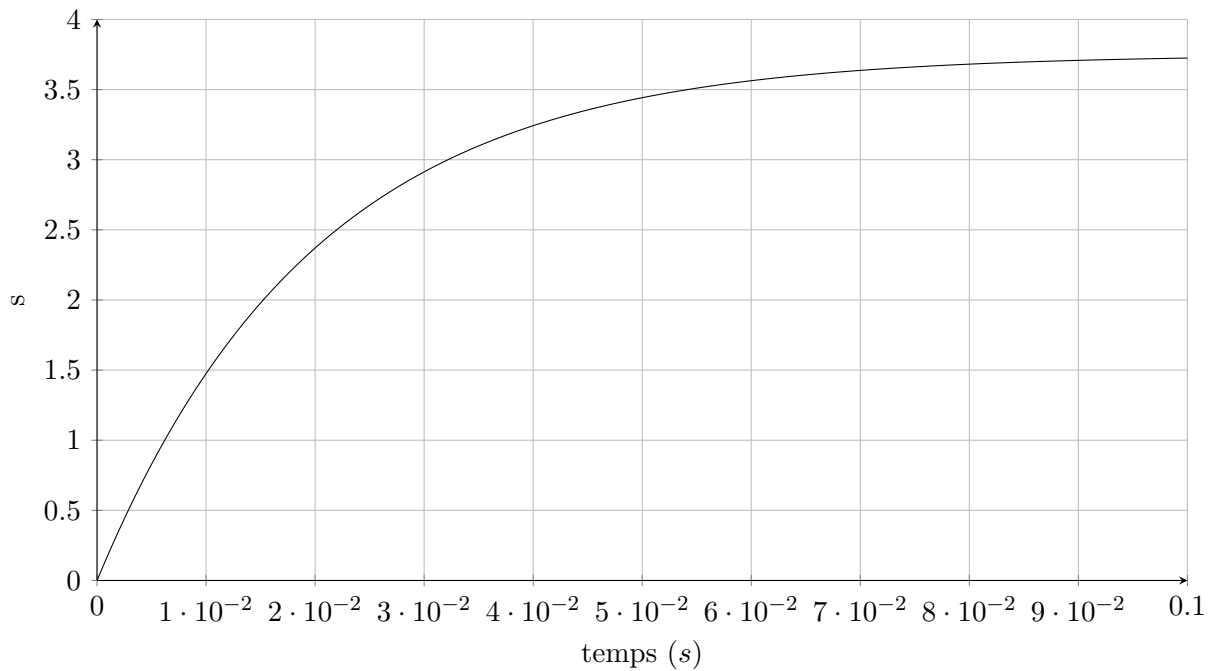
Systèmes asservis

Exercice 1

On étudie le système bouclé suivant :



1. Dans un premier temps, on étudie le système à asservir : $H(p)$. La réponse à un échelon unitaire de ce système est donnée dans le schéma suivant :

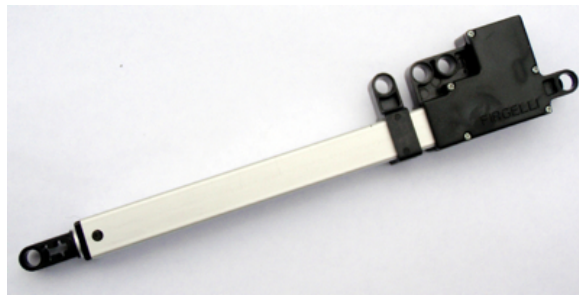


- (a) De quel ordre est ce système ? (vous justifierez votre réponse)
 - (b) Retrouver les paramètres de la fonction de transfert $H(p)$.
 - (c) Tracer le diagramme de bode de $H(p)$ en pulsation.
 - (d) Quelle est la fréquence de coupure du système en Hz ?
2. Calculer en fonction de C et H , la fonction de transfert $FTBO(p)$ du système bouclé.
 3. On donne $C(p) = K$ une constante.

- (a) Mettre la fonction $FTBO(p)$ sous forme canonique.
 - (b) De quel ordre est le système global. Que valent les paramètres de ce système.
 - (c) Tracer la réponse à un échelon du système bouclé. Vous placerez les points particuliers et asymptotes de cette réponse.
 - (d) Tracer le diagramme de bode correspondant.
4. On cherche à dimensionner le correcteur, donc choisir K pour satisfaire différents cahiers des charges :
- (a) Trouver K pour obtenir en boucle fermée un système qui a une fréquence de coupure 4 fois plus grande que $H(p)$.
 - (b) Trouver K pour obtenir une erreur de 10% sur les valeurs finales de la réponse à un échelon de $FTBO$ par rapport à la valeur d'entrée.

Exercice 2

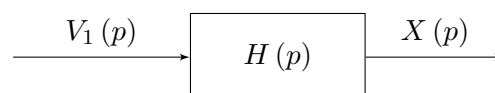
La production de médicaments est soumise à des tests de contrôles permanents : après chaque étape, de fabrication du comprimé ou de conditionnement en boîtes, des mesures et tests sont réalisés en *go-nogo*. Selon ce principe, tout doute sur le produit doit entraîner son retrait de la chaîne puis sa destruction. On étudiera ici l'actionneur qui permet d'éliminer un flacon de comprimés de la chaîne de production.



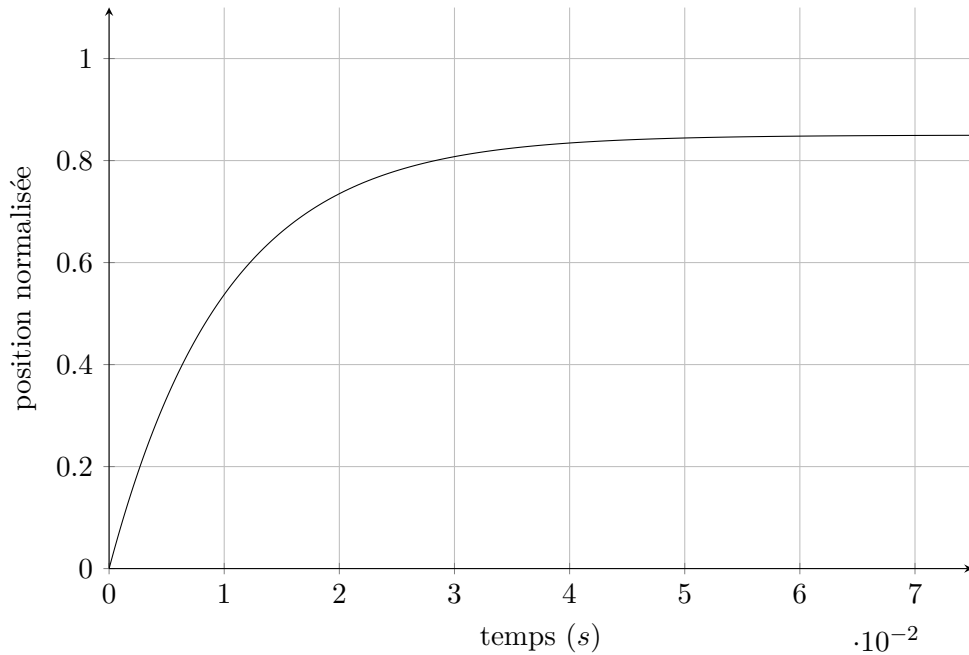
Sur la chaîne de production si-dessus à gauche, les flacons sont mis à la chaîne sur un tapis roulant, un test est réalisé et si le flacon est à écarter, un actionneur linéaire électrique est chargé de pousser le flacon de manière perpendiculaire au déroulement du tapis. Le flacon atterri dans un tube d'acheminement qui a un diamètre légèrement supérieur au flacon.

L'écart entre le centre du tapis roulant et le centre du tube d'acheminement est de 30cm , dans la suite du TD, on normalise cette valeur à 1, on étudiera donc le mouvement l'actionneur sans considérer d'unité, si la position est à 0 le flacon reste sur le tapis, si la position est à 1 avec une précision de $\pm 5\%$ alors le flacon tombe dans le tube. Pour ne pas provoquer la chute d'autres flacons, l'actionneur doit écarter et revenir dans sa position initiale en 10ms .

1. L'actionneur est modélisé par le schéma suivant :



où V_1 est la tension d'entrée et X la position normalisée. Lors de la mise en place de la chaîne de production, le technicien fait un relevé de la position de l'actionneur au moyen d'un capteur renvoyant la position normalisée disposé dans le boîtier de l'actionneur. Ce test est réalisé avec le signal d'entrée de mise à l'écart d'un flacon, qui correspond à un échelon unité entre les tension 0V et 1V . Le relevé est donné ci dessous :



(a) On donne les fonctions de transfert suivantes :

$$H(p) = \frac{K}{1 + \tau p} \quad (1)$$

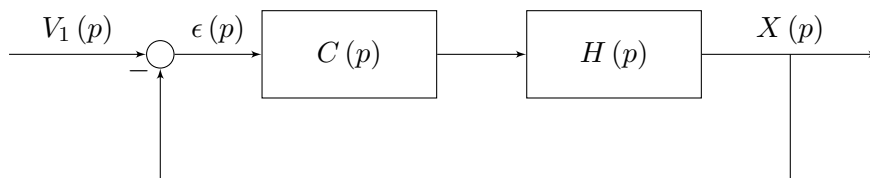
et

$$H(p) = \frac{K}{1 + \frac{2m}{\omega_0} p + \frac{p^2}{\omega_0^2}} \quad (2)$$

quelle equation, 1 ou 2 permet de modéliser l'actionneur linéaire. **Justifiez votre réponse.**

- (b) Quels sont les paramètres à identifier, quels sont leurs noms et leur unité éventuelle.
- (c) A partir du relevé fait par le technicien, identifier la fonction de transfert que l'on associera à l'actionneur étudié.
- (d) En boucle ouverte, l'actionneur permettra-t'il de satisfaire le cahier des charges ? *Justifiez votre réponse*

2. On envisage donc d'asservir le système en boucle fermée selon le schéma suivant :

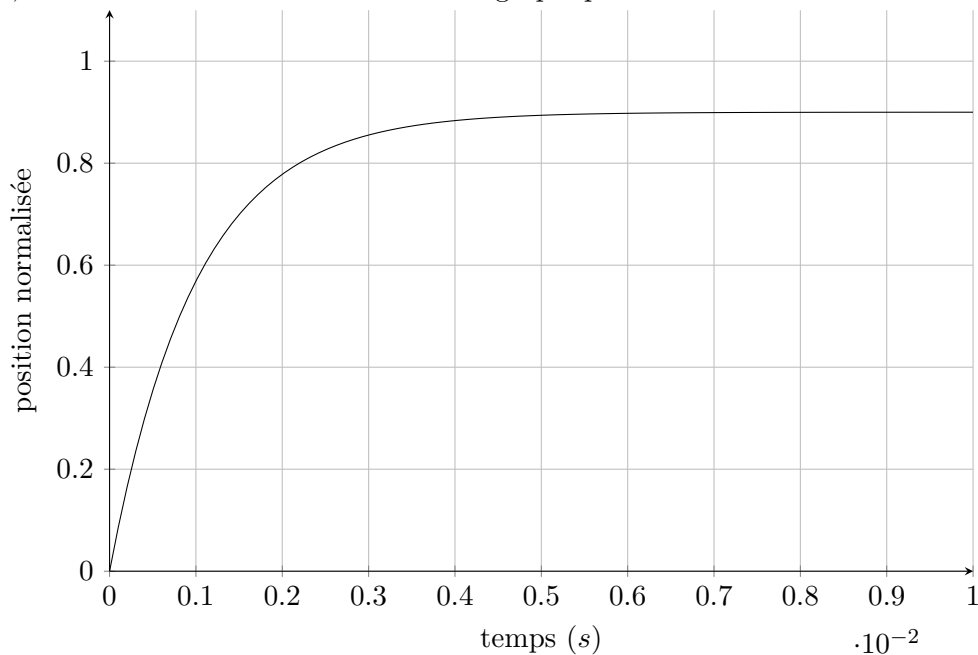


- (a) A quoi correspond physiquement le signal ϵ ?
- (b) A quoi correspond le bloc $C(p)$?
- (c) Rappeler la fonction de transfert en boucle ouverte $FTBO(p)$ du système.
- (d) Rappeler la fonction de transfert en boucle fermée $FTBF(p)$ du système.

3. On utilise un premier correcteur dont la fonction de transfert est :

$$C_1(p) = G_1$$

- Quel est le nom de ce type de correcteur ?
- Combien de paramètre peut-on régler ? Comparer ce nombre au nombre de critère présents dans le cahier des charges. Que peut-on en déduire ?
- Calculer la fonction de transfert en boucle fermée du système asservi avec ce correcteur.
- De quel ordre est le système asservi ? Mettre $FTBF(p)$ sous forme canonique
- Tracer schématiquement la réponse à un échelon de ce type de système.
- En déduire la formule du temps de réponse à 5% ainsi que la formule de l'erreur statique du système asservi.
- Est-il possible de satisfaire a priori le cahier des charges ?
- Proposer un schéma à AOP pouvant réaliser ce type de correction.
- l'essai précédent ayant été réalisé à vide (sans flacon à pousser), le technicien réalise des test pour vérifier que le correcteur utilisé est adapté. Un des test qualité consiste à vérifier que le flacon n'est pas trop rempli. Un test est donc réalisé sur un flacon trop plein, le résultat du test est donné dans le graphique suivant :



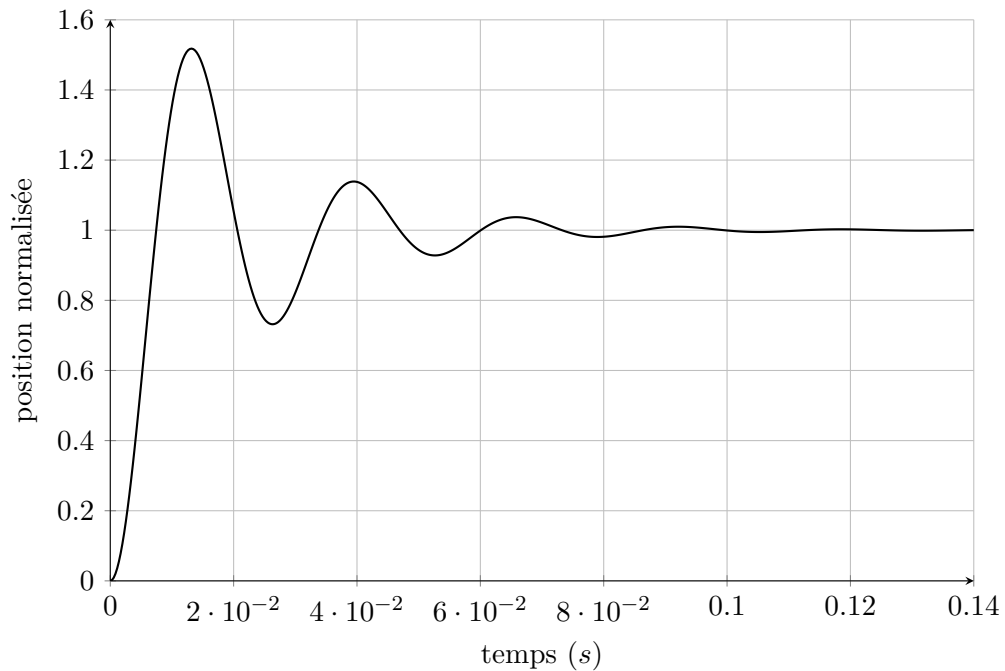
Que vaut l'erreur statique dans ce cas ? Le correcteur est-il adapté au cahier des charges ?

4. On utilise un premier correcteur dont la fonction de transfert est :

$$C_2(p) = \frac{G_2}{p}$$

- En utilisant les propriétés de la transformée de Laplace vues en cours, trouver le nom de ce type de correcteur.
- Calculer la fonction de transfert en boucle fermée du système asservi.
- De quel ordre est le système obtenu ? Mettre la fonction de transfert sous forme canonique.

- (d) Que vaut le gain statique du système ? En déduire ce que devient l'erreur statique avec ce type de correcteur.
- (e) Le technicien augmente la valeur de G_2 jusqu'à obtenir un système assez rapide. La réponse à un échelon en entrée en boucle fermée est donnée dans le graphique suivant:



Que vaut le dépassement ?

- (f) Ce correcteur permettra-t'il de satisfaire le cahier des charges ?
5. On utilise un premier correcteur dont la fonction de transfert est :

$$C_3(p) = G_3 \frac{1 + Tp}{Tp}$$

- (a) En utilisant les propriétés de la transformée de Laplace vues en cours, trouver le nom de ce type de correcteur.
- (b) Calculer la fonction de transfert en boucle ouverte du système asservi.
- (c) On cherche à obtenir en boucle ouverte un système de même ordre que H , quel réglage peut-on faire ?
- (d) Calculer la fonction de transfert en boucle fermée dans ce cas, **on mettra cette fonction de transfert sous la forme canonique.**
- (e) Que vaut le gain statique ? En déduire l'erreur statique du système.
- (f) Procéder à un réglage permettant de satisfaire le cahier des charges total.

TP 3 : Asservissement en vitesse d'un banc moteur

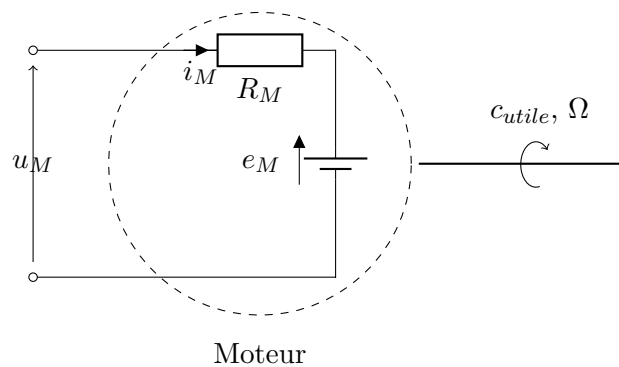
Les objectifs de ce TP sont de mettre en place la démarche d'asservissement d'un système complet et de dresser un tableau comparatif des différents types de correcteurs proposés, et de voir les effets de chaque sur la précision et la rapidité du système en boucle fermée. **Par ailleurs, la démarche théorique menée ici (identification d'un système du premier ordre, calcul de la fonction de transfert d'un système bouclé, calcul du correcteur) correspond exactement à la démarche sur laquelle vous serez évalués en Devoir Surveillé.**

La partie théorique de la caractérisation du banc moteur est
à préparer avant la séance de TP

1 Caractérisation du banc moteur

1.1 Partie théorique : détermination de l'ordre du système

On néglige l'inductance L_M de la machine à courant continu utilisée. La résistance de l'induit de la machine est nommée R_M . On a donc le schéma électrique suivant :



Les équations électriques de la machine à courant continu sont donc :

$$\begin{cases} u_M(t) &= e_M(t) + R_M \cdot i_M(t) \\ e_M(t) &= K \cdot \Omega(t) \end{cases}$$

où K est la une constante caractéristique du moteur. les équations mécaniques au niveau du rotor sont :

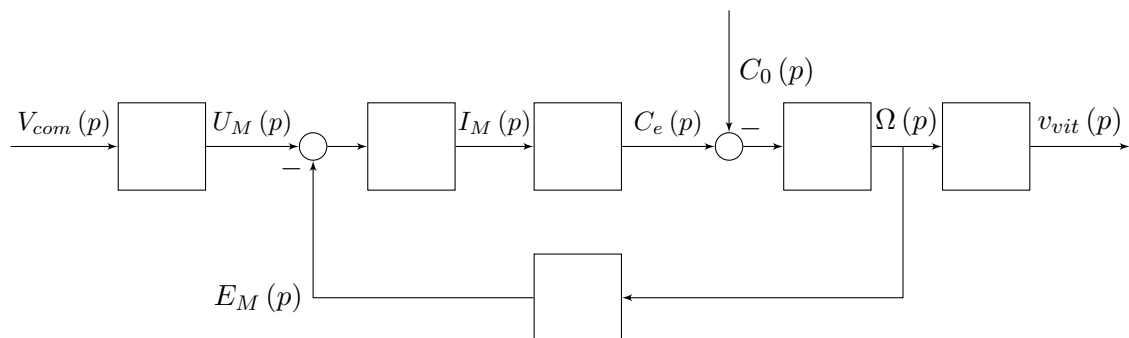
$$\begin{cases} J \frac{d\Omega(t)}{dt} = c_{utile}(t) \\ c_{utile}(t) = c_e(t) - c_{perte}(t) \\ c_e(t) = K \cdot i_M(t) \\ c_{perte}(t) = c_0(t) \end{cases}$$

avec :

- Ω la vitesse angulaire en $rad \cdot s^{-1}$,
- J le moment d'inertie du banc moteur en $kg \cdot m^2$,
- c_{utile} le couple utile disponible sur l'arbre moteur en $N \cdot m$,
- c_e le couple électromagnétique du moteur en $N \cdot m$,
- c_{perte} ou c_0 les couples de perte par frottement sec en $N \cdot m$.

Par ailleurs :

- la vitesse du rotor est mesurée à l'aide d'un capteur ayant un gain noté K_{vit} ,
 - Le moteur est alimenté à travers un hacheur de gain K_H , permettant de délivrer un signal de puissance à partir de v_{com} .
1. En utilisant les propriétés de la transformée de Laplace, passer les équations électriques et mécaniques de la machine dans le domaine de Laplace. On supposera toutes les conditions initiales nulles.
 2. Le banc moteur est à vide (pas de charge mécanique, donc rien sur la génératrice reliée mécaniquement au moteur). Compléter le schéma bloc suivant :



3. On considère que les frottements sont négligeables et on pose $C_0(p) = 0$.
 - (a) Du point de vue système, à quoi correspond cette condition ?
 - (b) Simplifier le schéma afin de retrouver la fonction de transfert $M(p) = \frac{v_{vit}}{v_{com}}$.
4. On met la fonction de transfert sous la forme :

$$M(p) = \frac{G}{1 + \tau p}$$

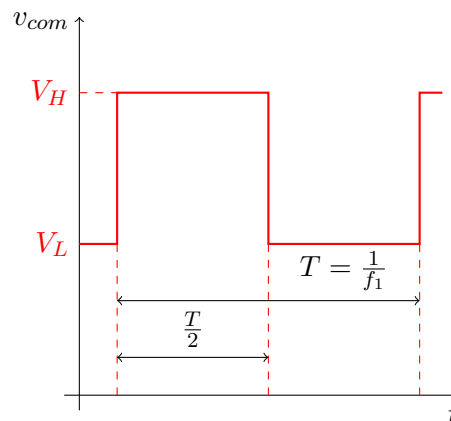
- (a) Que vaut G en fonction des paramètres électro-mécaniques ? Quelle est son unité ?

- (b) Que vaut τ en fonction des paramètres électro-mécaniques ? Quelle est son unité ?
 (c) Quel est l'ordre du système 'Banc Moteur' $M(p)$?

1.2 Caractérisation expérimentale du banc

Réaliser le montage du banc moteur en boucle ouverte présenté en Annexe 1. **Avant la mise sous tension, faire vérifier le montage par l'enseignant.** Toute mise sous tension non validée sera prise en compte dans la notation du TP.

5. On applique sur le GBF un signal d'allure rectangulaire défini dans le graphique suivant :

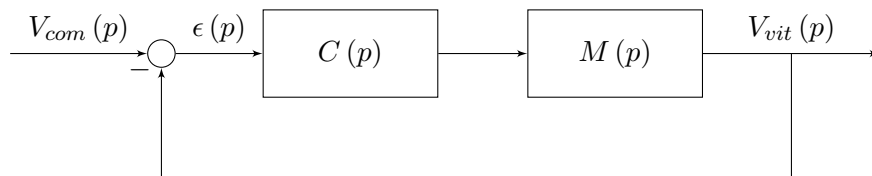


avec $V_L = 2V$ et $V_H = 4V$. Quel type d'essai ce signal permet-il de réaliser ?

6. A quelle fréquence maximale vous mettez vous pour pouvoir faire l'identification du système étudié ?
 7. Sur une feuille de papier millimétré, faire un relevé **précis** de la tension v_{vit} au cours de la première alternance du signal d'entrée ($v_{vit} = V_H$).
 8. Déterminer les valeurs des paramètres de la fonction de transfert $M(p)$

2 Asservissement du banc moteur

On considère le schéma suivant pour l'asservissement du banc moteur :



9. Quel est le rôle du bloc noté $C(p)$?
 10. Donner la fonction de transfert en boucle ouverte $FTBO(p)$ du système.

11. Donner la fonction de transfert en boucle fermée $FTBF(p)$ du système.

2.1 Correcteur Proportionnel

On réalise un premier correcteur $C_1(p)$ qui a pour fonction de transfert :

$$C_1(p) = K$$

où K est une constante positive.

2.1.1 théorie

12. En déduire la fonction de transfert globale **SOUS FORME CANONIQUE**.

13. Quel est l'ordre du système en boucle fermée.

14. En déduire les formules de l'erreur statique et du temps de réponse à 5%.

15. Que vaut le dépassement ?

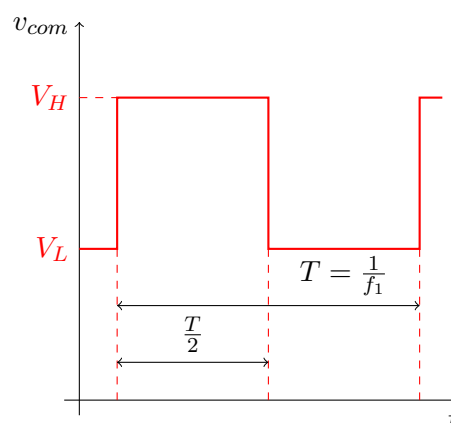
16. On désire avoir une erreur statique de 20%, calculer la valeur de K .

17. A l'aide de Matlab, vérifier votre résultat et évaluer le temps de réponse à 5% et le dépassement.

2.1.2 Relevé expérimental

18. Réaliser le montage du banc moteur en boucle fermée donné en Annexe 2, et **faire vérifier le câblage par l'enseignant**.

19. Appliquer en entrée du système le signal suivant :



où $V_L = 1V$ et $V_H = 3V$. Relever la fréquence f_2 qui permet d'identifier le modèle attendu pour le système bouclé.

20. Mesurer :

- l'erreur statique,

- le dépassement,
- le temps de réponse à 5%.

Ces résultats sont-ils conformes aux résultats théoriques attendus ?

2.1.3 Influence de la charge

On réalise une charge mécanique en utilisant la génératrice qui est fixée sur l'arbre du moteur. Si l'on rajoute une charge électrique sur la génératrice, un courant est consommé et un couple résistant est imposé sur l'arbre de la motrice. Ce couple résistant est équivalent à une perturbation. Après avoir branché la charge, vous changerez le signal de commande pour les valeurs $V_L = 1V$ et $V_H = 4V$

21. Relever pour 3 ou 4 positions du curseur de la résistance les valeurs d'erreur statique.
22. Le système asservi est-il robuste aux perturbations.

!!! RETIRER LA CHARGE !!!

2.2 Correcteur Proportionnel Intégral

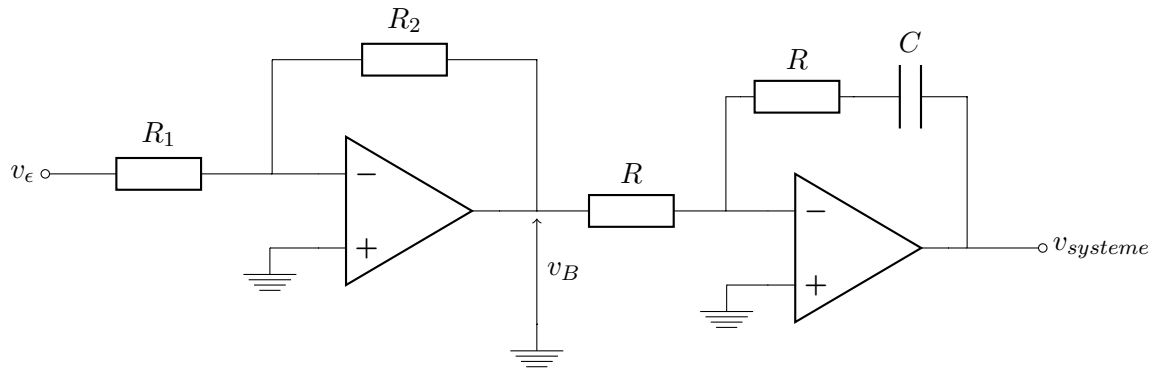
On réalise un troisième correcteur C_2 qui a pour fonction de transfert :

$$C_2(p) = K \frac{1 + T_i p}{T_i p}$$

où K et T_i sont deux constantes.

2.2.1 théorie

23. Quelles sont les unités de K et T_i ? Que règlent ces paramètres.
24. Calculer la fonction de transfert en boucle ouverte $FTBO(p)$ du montage avec ce correcteur.
25. Quel réglage peut-on faire pour avoir la $FTBO$ au même ordre que le système $M(p)$ que l'on est en train d'asservir ?
26. Dans ces conditions, calculer la fonction de transfert en boucle fermée $FTBF(p)$ du montage.
27. On désire que le temps de réponse à 5% soit identique en boucle ouverte en boucle fermée, En déduire la valeur du paramètre restant à régler.
28. On réalise ce correcteur avec le montage suivant :



Que valent les paramètres K et T_i en fonction des éléments du montage ?

29. Déterminer des valeurs de composant possibles pour obtenir le correcteur souhaité.

2.2.2 Relevé expérimental

30. Réaliser le montage.

31. Appliquer en entrée du système le signal en échelon avec les niveaux $V_L = 1V$ et $V_H = 3V$. Relever la fréquence f_1 qui permet d'identifier le modèle attendu pour le système bouclé.

32. Mesurer :

- l'erreur statique,
- le dépassement,
- le temps de réponse à 5%.

33. Quel est l'avantage de ce correcteur ?

34. Quel est l'inconvénient de ce correcteur ?

2.2.3 Influence de la charge

Après avoir branché la charge, vous changerez le signal de commande pour les valeurs $V_L = 1V$ et $V_H = 4V$

35. Relever pour 3 ou 4 positions du curseur de la résistance (idéalement les mêmes qu'aux parties précédentes) les valeurs d'erreur statique, de temps de réponse et de dépassement.

36. Le système asservi est-il robuste aux perturbations.

3 Conclusion

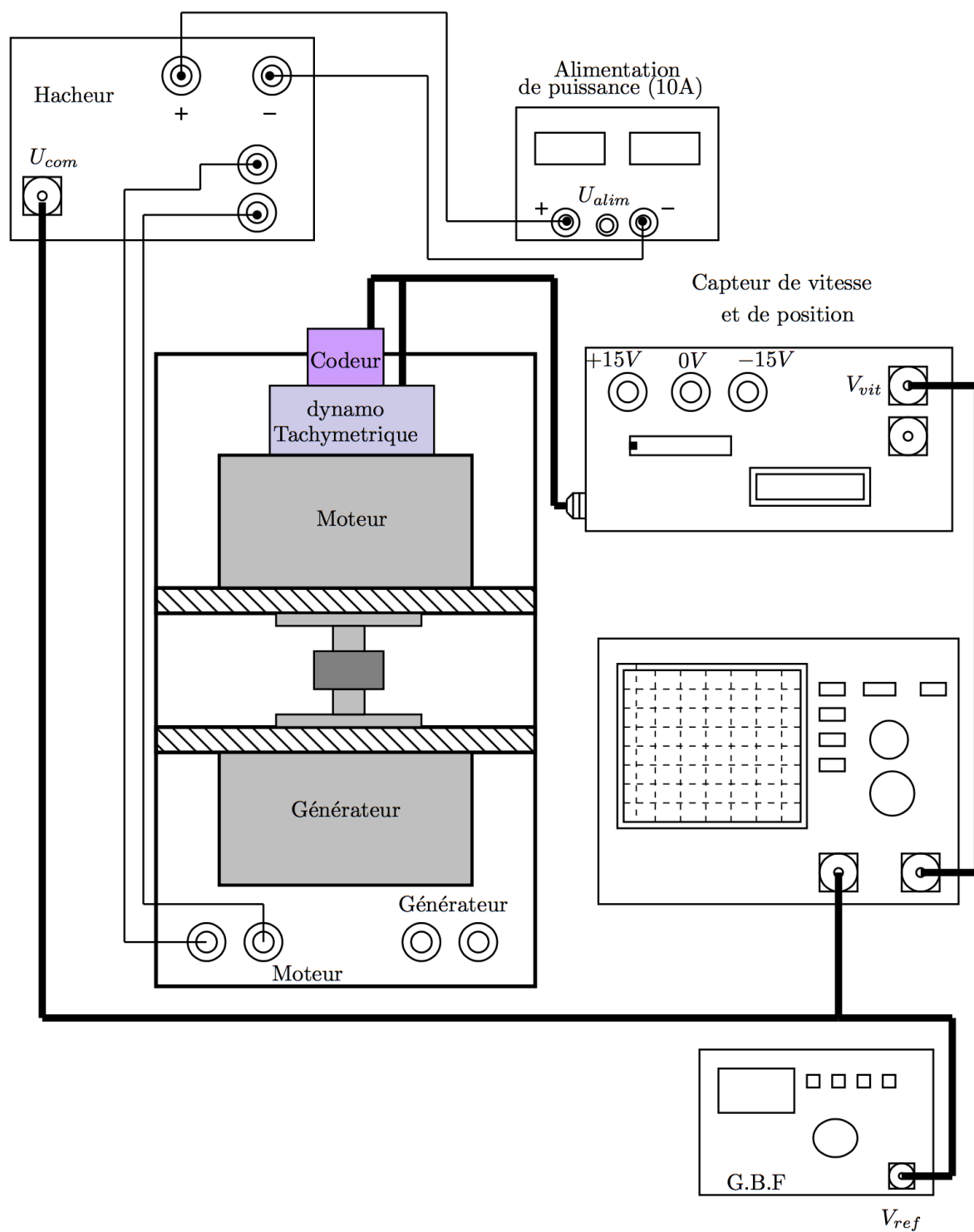
37. Afin de conclure sur les avantages et inconvénients de chaque correcteur, compléter le tableau suivant par de courtes phrases.

	Correcteur Proportionnel	Correcteur Proportionnel Intégral
Erreur Statique		
Temps de réponse		
Dépassement		
Robustesse aux Perturbations		

RAPPEL : Les salles de TP servent à différents groupes, merci de ranger le matériel que vous avez rajouté à votre paillasse à l'endroit où vous l'avez pris.

Annexe 1 : Schéma de câblage du banc moteur en boucle ouverte

Le câblage du banc moteur en boucle ouverte est donné dans la figure suivante :



Annexe 2 : Schéma de câblage du banc moteur en boucle fermée

Le câblage du banc moteur en boucle fermée est donné dans la figure suivante :

